

الفiziاء الذريه

المرحلة الثالثة
قسم الفزياء
كلية التربية للعلوم الصرفة
جامعة الأنبار

أستاذ المادة
أ.م. د. وليد صبحي حويش
waleed973@yahoo.com

الفيزياء الذرية

مقدمة

تركيب الذرة وسلوكها هو المسؤول عن ظهور العالم الظاهري ان المسافات الصغيرة جداً للذرة وخصائص الأنوية يحتاج الى نوع جديد وهذا النوع هو الميكانيك الكمي الذي يحاول ان يصف صفات وسلوكيات الذرية والنوية. وتطور الميكانيك الكمي لكي يستطيع ان يفسر انبعاث وامتصاص الضوء من الذرة.

ان ابسط انواع الذرات هي الهيدروجين التي تتكون من الكترون واحد الذي يدور حول النواة التي تحتوي على بروتون واحد.

الهدف من هذه المحاضرات هو فهم الفيزياء الذرية وكذلك فهم الفيزياء الذرية يساعد على دراسة فيزياء الحالة الصلبة وفيزياء الفلك وكذلك اهميته في الكثير من التطبيقات في مجال الطب والاتصالات والليزر وغيرها.

النظرية النسبية

اكتشفت النظرية النسبية من قبل العالم الالماني أينشتاين عام (١٩٠٥) وهذه النظرية تعتبر التحليل الواقع، سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة بغض النظر عن سرعة المصدر او حركة المراقب. لا يمكن قياس السرعات المطلقة وإنما تأخذ فقط السرعات بالنسبة للجسم الآخر. النظرية تتبعاً بـ،

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

كتلة الجسم تتغير بتغيير السرعة وحسب النظرية النسبية فان كتلة الجسم حسب المعادلة اعلاه

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad m = \gamma m_o \quad \gamma = \frac{m}{m_o}$$

تكافؤ الطاقة وكتلته النسبية

$$E_k = Fds \quad F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} \quad v = \frac{ds}{dt}$$

$$\therefore dE_k = vd(mv) = v^2 dm + vmdv \quad (1)$$

$$m^2 = \frac{m^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_o^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{m_o^2 c^2}{c^2 - v^2}$$

$$m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_o^2 c^2$$

$$m^2 c^2 = m_o^2 c^2 + m^2 v^2 \quad (2)$$

$$2mdmc^2 = 2mdmv^2 + 2vdvm^2 \quad (3)$$

$$c^2 dm = v^2 dm + mv dv \quad (4)$$

نلاحظ ان المعادلة (1) تساوي المعادلة (4) اذا نحصل على

$$dE_k = c^2 dm \quad (5)$$

ان المعادلة (5) تمثل التغير النسبي للطاقة الحركية و بتكمال الطرفين

$$E_k = \int_0^{E_k} dE_k = c^2 \int_{m_o}^m dm = c^2 (m - m_o)$$

$$\therefore E_k = mc^2 - m_o c^2 \quad (6)$$

$$\therefore E = mc^2 = m_o c^2 + E_k \quad (7)$$

حيث ان E_k الطاقة الحركية و $m_o c^2$ الطاقة الكامنة و E الطاقة الكلية

$$E_k = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o c^2 \quad (8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3v^4}{8c^2} + \dots\dots\dots\right)$$

$$E_k = m_o c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3v^4}{8c^2} + \dots \right)$$

لإيجاد العلاقة بين الطاقة الكلية للجسم وزخمة نضرب المعادلة (2) في c^2 نحصل على

$$E^2 = p^2 c^2 + m_o c^4 \quad E = mc^2 = m_o c^2 + E_k$$

$$E^2 = m_o^2 c^4 + 2m_o c^2 E_k + E_k^2$$

$$\therefore p = \sqrt{2m_o E_k + \frac{E_k^2}{c^2}}$$

الحد الثاني يدعى بحد التصحيح

مثال/ الكترون طاقته السكونية 0.511MeV وطاقته الحركية تساوي 200keV اوجد سرعته

Solution

$$E = mc^2 = m_o c^2 + E_k$$

$$\frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_o c^2 + E_k \quad \gamma m_o c^2 = m_o c^2 + E_k$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_k}{m_o c^2} \quad \gamma = 1 + \frac{200}{511} = 1 + 0.391 = 1.391$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta^2 = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.695$$

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta c = 0.695 \times 3 \times 10^8 = 2.085 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

مثالاً ماهي الطاقة الحركية لنيوترون يمتلك سرعة مقدارها $6 \times 10^7 \text{ m/sec}$ حيث ان $m_n = 939.55 \text{ MeV}$

Solution

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{6 \times 10^7}{3 \times 10^8} = 0.2 \quad E_k = (\gamma - 1)m_o c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) m_o c^2$$

$$(1.021 - 1)939.55 = 19.73 \text{ MeV}$$

اشعاع الجسم الاسود

حاول الكثير من العلماء اكتشاف قوانين الاشعاعات الحرارية الاساسية مستعينين على خصائص كانت معروفة ومن اهمها

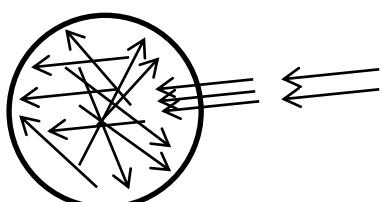
- ١- يزداد الجسم توهجا بارتفاع درجات الحرارة وايضا تتغير كمية الاشعاع المنبعث مع تغير درجة الحرارة
- ٢- يتغير لون الانبعاث مع زيادة درجة الحرارة مثل على ذلك في حالة تسخين قطعة من الحديد نلاحظ تدريجياً تغير لونها من الداكن والاحمر والبرتقالي والاصفر الى اللون الابيض.

فإذا أخذ جسيم معدني براق وسلط عليه ضوء فإنه سوف ينعكس تقريباً جميع الضوء الساقط على القطعة المعدنية أما إذا سقط هذا الضوء على جسم أسود فإنه سوف يتمتص جميع الضوء وقد لا ينعكس منه شيء على الإطلاق.

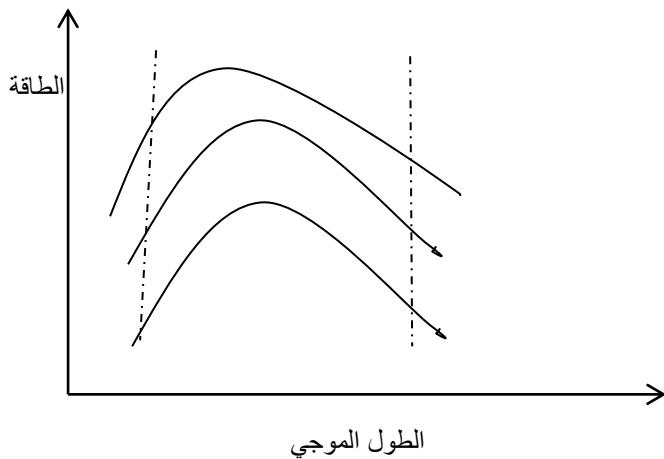
من خلال هذه التجربة انتبه العلماء إلى الجسم الأسود بما أنه يتمتص جميع الأشعة فإنه يسخن بدرجة حرارة أكبر من الجسم الآخر إذا تعرض إلى نفس درجة الحرارة. أما إذا اعتبر كمصدر للإشعاع الضوئي فإن شدته ستكون أكبر إذا رفع إلى نفس درجة الحرارة بالنسبة إلى الجسم الآخر.

قام العلماء باختيار كرة مجوفة فيها فتحة صغيرة وجدرانها الداخلية مكسوة بالرخام الأسود فإذا دخل الأشعة من خلال الفتحة فمهما كان طول موجته فإنه يتمتص من قبل جدران الداخلية بعد أن يعاني انعكاسات عديدة.

الجسم الأسود يتمتص جميع الأطوال الموجية فعند رفع درجة حرارة الكرة وبصورة منتظمة فإنها ستبعث أشعاعات من خلال الفتحة الصغيرة تحتوي على جميع الأطوال الموجية



اذا رسمنا مخطط بياني لطيف الانبعاثات الحرارية لجسم اسود في درجات حرارة مختلفة بين الطاقة والطول الموجي بعد ان تأخذ حزمة ضيقة من جسم ساخن وتمررها في مطياف خاص لفرز موجاتها نقاس الطاقة المشعة في هذه الحزمة بمحوار خاص فنلاحظ من الرسم



- ١- تبدأ الطاقة من الصفر عندما يكون الطول الموجي صفرًا ويقترب من الصفر عند النهاية
- ٢- تقع النهاية العظمى بين هاتين القيمتين
- ٣- ترتفع النهاية العظمى للمنحنى كلما ارتفعت درجة الحرارة وتتزاح باتجاه الاطوال الموجية القصيرة.

سؤال لماذا لا تشع جميع الاجسام طاقتها الداخلية حتى النهاية وتبرد الى درجة الصفر المطلق
الجواب على هذا هو ان السبب في ذلك يعود الى المحيط، اذا افترضنا وجود الجسم داخل الغرفة حتى ان جدران الغرفة وبقية الاجسام الموجودة تشع هذه الطاقة وتعرض الجسم وتمتص وتحول الى طاقة داخلية فإذا كان الجسم في درجة حرارة اكبر من درجة حرارة الغرفة فان الجسم سوف يبدأ في بث حرارته الى المحيط.

مثال على ذلك مصباح كهربائي يجهز بقدرة كهربائية فانه سوف يحول طاقته الكهربائية الى طاقة ضوئية يبثها الى المحيط على اعتبار ان المعدل الزمني للانبعاث اكبر من المعدل الزمني للامتصاص ويكون في حالة توازن اذا كان المعدل الزمني للامتصاص يساوي المعدل الزمني للانبعاث.

نفرض وجود عدة اجسام معتمة امتصاصيتها على التوالي هي a_1, a_2, a_3, \dots وذات انعكاسية r_1, r_2, r_3, \dots في حالة توازن مع بعضها ومع المحيط فإذا سقط شعاع ذات طول موجي صغير وذات شدة فان جزء كبير من الاشعاع سوف يتمتص من قبل الجسم وجزء صغير سوف ينعكس فيكون مجموع معدل الانعكاس والامتصاص للجسم يساوي واحد.

$$a_1 + r_1 = 1$$

شدة الاشعاع / قدرة الانبعاث للطول الموجي w_1 مساحة الجسم الاول ΔA_1 الاشعاع الكلي في حالة الانبعاث

$$w_1 \Delta A_1 \Delta t \quad (1)$$

امتصاص الجسم

$$a_1 I \Delta A_1 \Delta t \quad (2)$$

في حالة التوازن

$$w_1 \Delta A_1 \Delta t = a_1 I \Delta A_1 \Delta t \quad (3)$$

$$w_2 \Delta A_2 \Delta t = a_2 I \Delta A_2 \Delta t \quad (4)$$

وبقسمة (3) على (4)

$$\frac{w_1}{a_1} = \frac{w_2}{a_2} \quad (5)$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (6)$$

والمما كان a بالنسبة للجسم الاسود يساوي واحد

$$\therefore \frac{w_1}{w_2} = 1 = w_b$$

نفرض لدينا تجويف على شكل لوحين مستويين متوازيين من مادتين مختلفتين وان الشعاع ينتقل ذهابا و ايابا بين المستويين في درجة الحرارة المتساوية



المنبعثة M_2	المنبعثة M_1
$W_1 \Delta t \rightarrow$ نحو (٢)	(١) $\leftarrow W_2 \Delta t$ نحو
$(1-a_2) W_1 \Delta t \leftarrow$	$(1-a_1) W_2 \Delta t \rightarrow$
$(1-a_1)(1-a_2) W_1 \Delta t \rightarrow$	$(1-a_1)(1-a_2) W_2 \Delta t \leftarrow$
$(1-a_1)(1-a_2)^2 W_1 \Delta t \leftarrow$	$(1-a_1)^2(1-a_2) W_2 \Delta t \rightarrow$
$(1-a_1)^2(1-a_2)^2 W_1 \Delta t \rightarrow$	$(1-a_1)^2(1-a_2)^2 W_2 \Delta t \leftarrow$
$(1-a_1)^2(1-a_2)^3 W_1 \Delta t \leftarrow$	$(1-a_1)^3(1-a_2)^2 W_2 \Delta t \rightarrow$

خطوط الاشعاع المنبعثة من وحدة مساحة كل وجه من خلال فترة زمنية Δt من اجل ان يعبر الشعاع بين لوحين متوازيين اي ان الاشعاع سوف يسقط على الوجه الاول ويفقد من طاقته وينعكس جزء من اخر منه ومن خلال حدوث هذه الاجتيازات المتعاقبة للإشعاع الاول من كل وجه حتى وصول الى حالة الاستقرار سوف يمر خلال النفق وباتجاه اليمين.

$$w_r \Delta t = w_1 \Delta t + (1-a_1)(1-a_2)w_1 \Delta t + (1-a_1)^2(1-a_2)^2 w_1 \Delta t + \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$+ (1-a_1)w_2 \Delta t + (1-a_1)^2(1-a_2)w_2 \Delta t + (1-a_1)^3(1-a_2)^2 w_2 \Delta t \dots \dots \dots$$

$$\text{Let } x = (1-a_1)(1-a_2)$$

$$w_r = w_1(1+x+x^2+\dots\dots)+w_2(1-a_1)(1+x+x^2+\dots\dots) \quad (8)$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-(1-a_1)(1-a_2)} = \frac{1}{1-(1-a_1-a_2+a_1a_2)} = \frac{1}{a_1+a_2-a_1a_2} \quad (9)$$

$$w_2 = a_2 w_b$$

$$w_1 = a_1 w_b \quad (10)$$

$$w_r = \frac{a_1 w_b + a_2 w_b (1-a_1)}{a_1 + a_2 - a_1 a_2} = \frac{w_b (a_1 + a_2 - a_1 a_2)}{a_1 + a_2 - a_1 a_2} = w_b \quad (11)$$

لقد ثبت تجريبيا من قبل العالم ستيلان ونظريا من قبل العالم بولتزمان ان الطاقة المشعة في وحدة الزمن E للجسم الاسود المشع يتاسب مع درجة الحرارة المطلقة T^4

$$E \propto T^4 \quad E = \sigma T^4$$

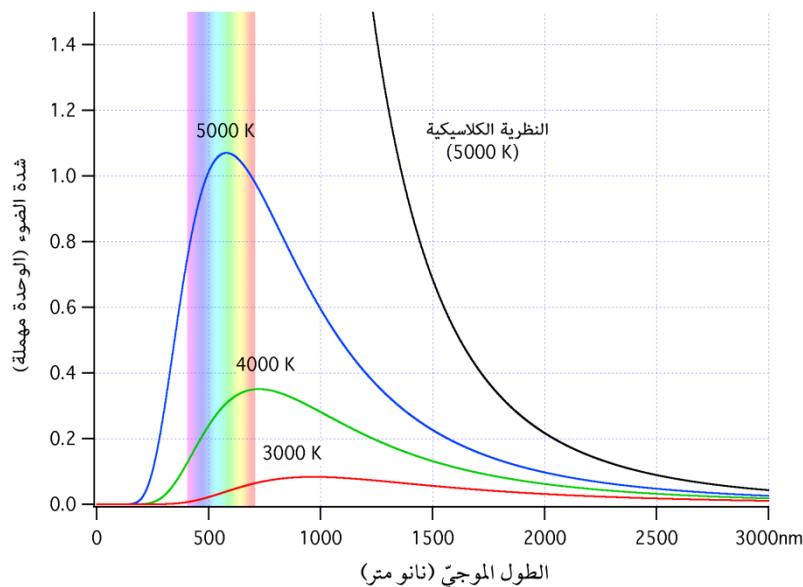
$$\sigma = (5.6696 \pm 0.001) * 10^{-8} \text{ wat.m}^{-2}.k^{-4}$$

الطاقة الكلية المنبعثة خلال وحدة الزمن من وحدة المساحة الباعثة تتناسب مع المساحة تحت المنحني.

تفسير اسباب اشعاع الجسم الاسود وسبب استمراريه طيفه واعتماده على درجات الحرارة فمن العلماء الذين حاولوا وضع الاسس النظرية في تفسير المنحنيات طيف الاشعاع الحراري المنبعث من الجسم الاسود هم

(١) فين: كانت محاولاته وفق الفيزياء الكلاسيكية جميع الاجسام تحتوي على شحنات كهربائية كالإلكترونات والبروتونات وفي درجات الحرارة تتذبذب هذه الشحنات بسرعة فتزداد كلما ارتفعت درجة الحرارة وحسب نظرية ماكسويل تبعث الشحنات المتذبذبة موجات كهرومغناطيسية وفي جميع الترددات على حساب مقدار الطاقة المصاحبة لكل تردد في درجات حرارة معينة.

وضع فين تفسير منحني توزيع طاقة الاشعاع الحراري ونجح نظريته مع المنحني التجريبي لكنها فشلت في الاطوال الموجية الكبيرة ولاحظ ايضا بارتفاع درجة الحرارة يبقى المنحني محافظا على شكله العام ولكن نهايته العظمى تنزاح نحو طول موجي اقصر بارتفاع درجة الحرارة



$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

(٢) محاولة رايلى-جيئز

تم التطرق الى الجسم الاسود حيث تتعكس الاشعة الحرارية عند الجدران الداخلية لفجوة الجسم الاسود ذهابا وايابا مكونة موجات مستقرة لكل تردد اما العلاقة التي توصل اليها هي ان الشدة الاشعاعية المنبعثة عن الجسم الساخن تتناسب طرديا مع درجة الحرارة وعكسيا مع القوه الرابعة للطول الموجي للأشعة المنبعثة حيث ان منحنيات الاشعاعية التجريبية

$$F(\lambda) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}$$

c is speed of light

k is Boltzmann's constant

كلما يقل الطول الموجي تستمر في الصعود الى ان تصل الى نهايتها العظمى ثم تبدأ بالهبوط لكن حسب قانون رايلي-جونز ان شدة الاشعاع الحراري يزداد كلما قصر الطول الموجي ويستمر في الصعود الى الالانهاية.

(٣) محاولة بلانك

هناك معادلتين معادلة تتفق مع الترددات العالية وتحتفي مع الترددات الواطئة اما المعادلة الاخرى تتفق مع الترددات الواطئة وتحتفي مع الترددات العالية.

لما كانت الشحنات تتذبذب في جميع الترددات والطاقات المحتملة فمن المتوقع موجات كهرومغناطيسية مستمرة لتغطي طيف الجسم الاسود لكن بلانك لاحظ ان الطاقة تمتص وتتباعد على شكل حزم ضوئية صغيرة اي ان عملية الامتصاص والانبعاث تحدث بصورة غير مستمرة فنجد بلانك في وضع قانون مغاير الى الفكرة الكلاسيكية التي تعتمد على استمرارية الموجات الكهرومغناطيسية. فأفترض بلانك ان الاشعاع ذات التردد (ν) ينبعث ويمتص على شكل كمات

$0, h\nu, 2h\nu, \dots \dots \dots$

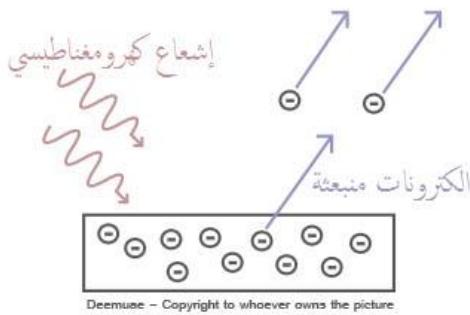
$$h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s} \quad \text{blank's constant}$$

فيكون كم الضوء البنفسجي اكبر من كم تردد الضوء الاحمر فعند انتقال المتذبذب من طاقة الى اخرى او من الاسفل الى الاعلى فانه يتمتص طاقة اي الانتقال من المستوى الاسفل الى المستوى الاعلى.

تأثير الاشعاع على المادة

يأثر الاشعاع على المادة بثلاث طرق حسب طاقة الاشعاع الساقط على المادة وهذه الطرق هي:

١- تأثير الظاهرة الكهروضوئية



$$P_\gamma = P_\alpha + P_e \quad (1)$$

$$E_\gamma = T_e + T_\alpha + E_B$$

$$E_\gamma = T_e + E_B \quad T_e = E_\gamma - E_B$$

حيث ان E_γ و p_γ هي طاقة وزخم الاشعاع الساقط على التوالي T_e و p_e هي الطاقة الحركية والزخم للإلكترون المتحرر E_B طاقة ارتباط الإلكترون بالذرة، P_α زخم ارتداد الذرة.

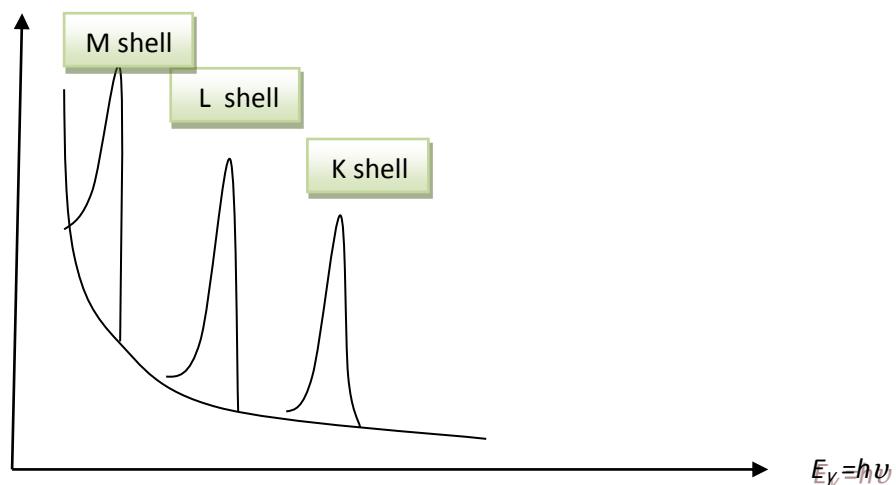
احتمالية حدوث الظاهرة الكهروضوئية عندما تكون طاقة الفوتون تتراوح بين 0.1 الى نصف مليون إلكترون فولت في هذه العملية يمتص الكترون فولت من أحد الكترونات الذرة وان الذرة سوف تأخذ قسم من الزخم الارتدادي وحسب قانون حفظ الزخم المعادلة (1) وحسب قانون حفظ الطاقة فان الطاقة الكلية تساوي الطاقة الحركية زائدا طاقة الارتداد للذرة زائدا طاقة الترابط، يمكن اهمال طاقة الارتداد لصغرها!

$$T_e = h\nu - E_B$$

يمكن ان تحدث الظاهرة الكهروضوئية في المدارات الاخرى مثل M و L وهكذا اذا كانت الطاقة الساقطة اقل من طاقة ترابط الإلكترون في المدار M سوف ينتقل الى المدار الآخر وكما موضح في الشكل التالي

$L=$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>symbol</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>I</i>	<i>k</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>o</i>

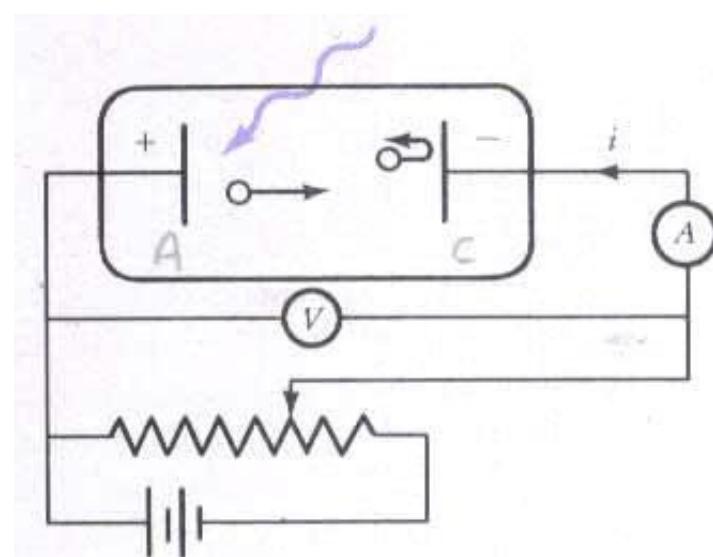
L is the total angular momentum



عندما تزيد اشعة كاما على نصف مليون الكترون فولت فان الالكترونات الضوئية يتم انبعاثها من المدار k فلو تصورنا ان الالكترون الذي يدور حول النواة ذات تردد مقداره v_0 ويسقط عليه اشعاع بتردد v فعندما يكون تردد الاشعاع الساقط يساوي v_0 سوف يحدث اعظم انتقال للطاقة وتحدث حالة رنين.

حسب نظرية ماكسويل تزداد سرعة الالكترونات بزيادة شدة الاشعة الساقطة لكن النتيجة مخالفة حيث ان عدد الالكترونات يزداد بزيادة الشدة الساقطة أي ان عدد الالكترونات المنبعثة في الثانية يتتناسب طرديا مع الشدة الساقطة وان سرعة الالكترونات تزداد بزيادة تردد الاشعة الساقطة ويوجد حد للانبعاث الالكترونات يسمى حد العتبة بدون ذلك لا يمكن للإلكترون الانفصال عن الذرة.

الشكل التالي يوضح التجربة العملية على حدوث الظاهرة الكهروضوئية



عندما يسقط شعاع كهرومغناطيسي أحادي اللون Monochromatic على سطح معدن الأنود متصل مع الطرف الموجب للبطارية موجود داخل وعاء مفرغ من الهواء وذلك لمنع تصادم الإلكترونات المتحررة بجزيئات الهواء . عندما تتحرر الإلكترونات من سطح المعدن وتتمكن من الوصول إلى اللوح السالب الكاثود وفي الأغلب يكون من نفس مادة الأنود، فإن تياراً كهربائياً يمر في الدائرة ويمكن قياسه من خلال الأمبير والذي يعبر عن شدة التيار الفوتو ضوئي المار في الدائرة وكلما ازدادت عدد الإلكترونات المتحررة من سطح المعدن كلما كان التيار الناتج أكبر . لاحظ هنا أن اتجاه التيار الاصطلاحي في عكس اتجاه حركة الإلكترونات.

لاحظ أن

١. طاقة الإلكترونات المتحررة من الأنود مختلفة
٢. القوة الكهربية الناتجة عن المجال الكهربائي بين الكاثود والأنود تعمل في عكس اتجاه حركة الإلكترونات.

٣. طاقة حركة الإلكترونات تكون متساوية للشغل المبذول عليها بواسطة المجال الكهربائي من خلال العلاقة التالية:

$$1/2mv^2 = eV$$

ولقياس الطاقة الحركية للإلكترونات تكون عن طريق تبطئ الإلكترونات وتوقفها ويتم ذلك بعكس القطبين للجهد المسلط على الصفيحتين حتى تصل إلى قراءة صفر

مثال) اذا كان تردد العتبة لصوديوم يساوي $4.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ (١) ما هو الشغل المبذول لتحرير الكترون (٢) اذا كان تردد الضوء الساقط 10^{15} Hz فما اكبر طاقة حركية يمنحها الفوتون للإلكترون

Solution\

$$E = h\nu = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times 4.4 \times 10^{14} \text{ sec}^{-1} = 2.9 \times 10^{-19} \text{ joule}$$

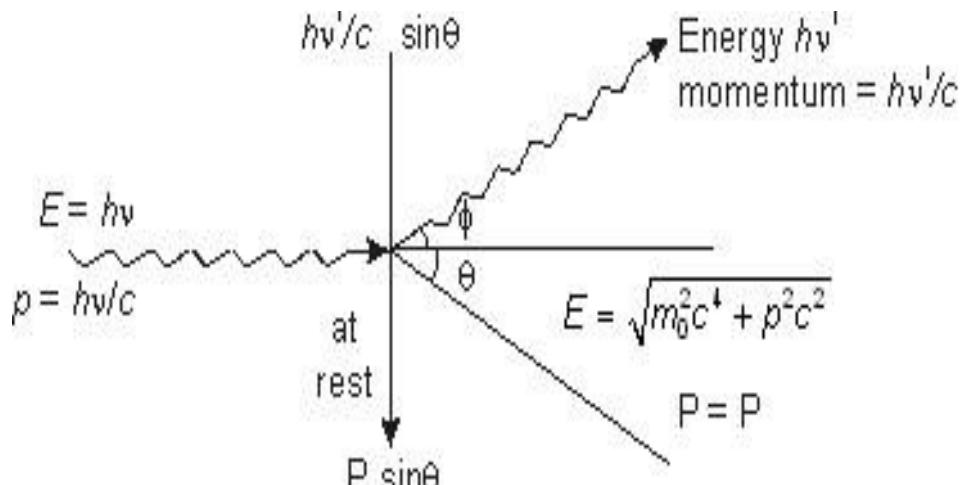
$$h\nu = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times 10^{15} \text{ sec}^{-1} = 6.6 \times 10^{-19} \text{ joule}$$

$$T_e = h\nu - E_B = 6.6 \times 10^{-19} - 2.9 \times 10^{-19} = 2.3 \text{ eV}$$

مثال) ما هي طاقة فوتون من الاشعة تحت الحمراء اذا كان طول موجته 10^{-6}

٢- تأثير كومتن

عندما تكون طاقة الفوتون اكبر بمقدار معين من طاقة الارتباط يمكن ان يحدث تصادم غير مرن للأشعة مع الالكترون حيث نلاحظ بعد سقوط الفوتون واصطدامه بالإلكترون يتشتت بزاوية θ ويتشتت الفوتون بزاوية ϕ و v يمثل تردد الفوتون الساقط و v' تمثل تردد الفوتون المتشتت



$$T_e = hv - hv' \quad (1)$$

$$E = hv = pc \quad h = p\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{v}$$

$$p = \frac{hv}{c} \quad (2)$$

$$\frac{hv}{c} = \frac{hv'}{c} \cos \phi + p \cos \theta \quad (3)$$

$$pc \cos \theta = hv - hv' \cos \phi \quad (4)$$

$$\frac{hv'}{c} \sin \phi = p \sin \theta \Rightarrow pc \sin \theta = hv' \sin \phi \quad (5)$$

بتربيع المعادلتين (4) و (5) وجمعهما نحصل على

$$p^2 c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \phi + (hv')^2 \quad (6)$$

ومن المعلوم ان الطاقة الكلية = الطاقة الحركية + الطاقة السكونية

$$E = m_o c^2 + T_e \quad (7)$$

كتلة السكون للجسم وتعرف الطاقة الكلية حسب افتراض ديراك

$$E = \sqrt{m_o^2 c^4 + p_e^2 c^2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (m_o c^2 + T_e)^2 &= m_o^2 c^4 + p_e^2 c^2 \\ m_o^2 c^4 + 2m_o c^2 T_e + T_e^2 &= m_o^2 c^4 + p_e^2 c^2 \\ p_e^2 c^2 &= T_e^2 + 2m_o c^2 T_e \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} T_e &= h\nu - h\nu' \\ T_e^2 &= (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 \end{aligned} \quad (10)$$

وبالتعويض (9) و (10)

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_o c^2 (h\nu - h\nu') \quad (11)$$

نعرض عن pc بالمعادلة (6) في (11) نحصل على

$$\begin{aligned} (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi + (h\nu')^2 &= (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \\ &+ (h\nu')^2 + 2m_o c^2 (h\nu - h\nu') \end{aligned}$$

$$\therefore 2m_o c^2 (h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu')(1 - \cos \phi) \quad (12)$$

وبالقسمة على $2c^2 h^2$

$$\frac{m_o c}{h} \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c} \right) = \frac{\nu \nu'}{c^2} (1 - \cos \phi) \quad (13)$$

$$\frac{m_o c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda \lambda'} \quad (14)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \phi) \quad (15)$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \phi)$$

$\lambda = c/v$ والقسمة على h وبنقل $1/v$

$$\frac{1}{hv'} - \frac{1}{hv} = \frac{1}{m_o c^2} (1 - \cos \phi)$$

$$\therefore hv' = \frac{hv}{1 + \frac{hv}{m_o c^2} (1 - \cos \phi)}$$

(16)

Let $\alpha = \frac{hv}{m_o c^2}$ $hv'_{\max} = hv \Rightarrow \cos \phi = 1 \Leftrightarrow \phi = 0$

$$hv'_{\min} = \frac{hv}{1 + 2\alpha} \quad \text{when } \phi = 180^\circ$$

$$T_e = hv - \frac{hv}{1 + \alpha(1 - \cos \phi)} \Rightarrow T_e = hv \frac{\alpha(1 - \cos \phi)}{1 + \alpha(1 - \cos \phi)}$$

مثال فوتون ذات طاقة 3 مليون الكترون فولت سقط وحصلت ظاهرة كومتن اوجد طاقة الفوتون وطاقة الالكترون المتشتت عند الزاوية 90° و 180° الطاقة السكونية ($m_o c^2 = 0.511 \text{ MeV}$).

Solution

$$E'_\lambda = hv' = \frac{hv}{1 + \frac{hv}{m_o c^2} (1 - \cos \phi)} = \frac{3}{1 + \frac{3}{0.511} (1 - 0)} = 0.437 \text{ MeV}$$

$$T_e = hv - hv' = 3 - 0.437 = 2.503 \text{ MeV}$$

٣- انتاج الزوج

في حالة امتصاص طاقة مساوية الى ضعف الكتلة السكونية للإلكترون (0.511MeV) سوف ينتج زوج من الكترون وبوزترون متساوياً إلى

$$2m_0c^2 = 1.02\text{MeV}$$

فوضعت معادلة الكترون ديراك حل لهذه المسألة وافتراض ديراك ان الالكترون يمكن ان يتواجد في احد المستويين للطاقة

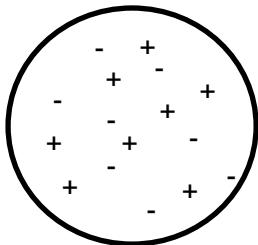
١- ذات طاقة موجية وكتلتها السكونية m_0c^2 فيكون طاقة الالكترون اما اكبر او متساوية الى m_0c^2 .

$$E \geq m_0c^2$$

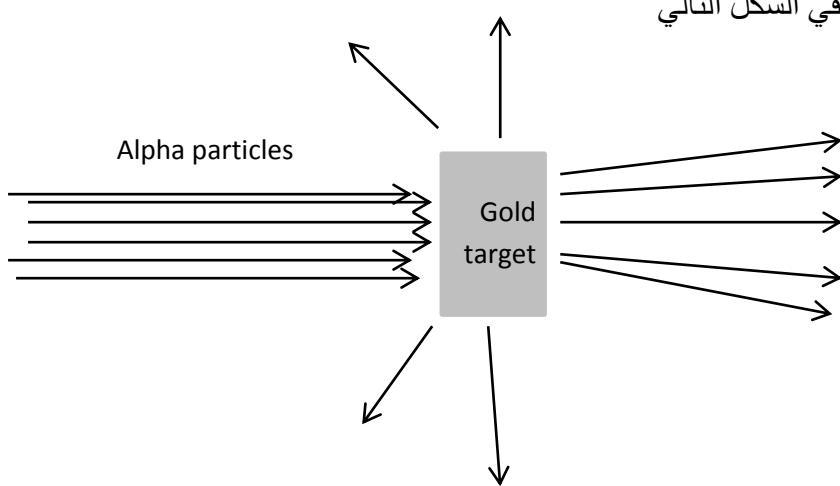
٢- مستوى ذات طاقة سالبة m_0c^2 فيكون $E \leq m_0c^2$ تسمى المنطقة بينهما بالمجال غير المسموح

النماذج الذرية

١- نموذج تومسن: وصف تومسن الذرة على شكل الكترونات مغمورة داخل كرة من الشحنات الموجة



٢- نموذج رutherford: اجرى رutherford تجربته بطلاق جسيمات الفا على رقائق من الذهب كما في الشكل التالي



لاحظ رذفورد من خلال تجربته

- ١- ان معظم جسيمات الفا تنفذ من الرقائق دون انحراف كأنها مررت من فراغ
- ٢- بعض جسيمات الفا تنحرف من مسارها بزاوية كبيرة جدا.
- ٣- عدد قليل من جسيمات الفا ترتد الى الخلف.

فكان افتراض رذفورد للذرة حسب نتائج تجربته هو

- ١- معظم حجم الذرة فراغ .
- ٢- شحنة الذرة الموجبة ومعظم كتلتها تتركز في منطقة صغيرة جدا من الذرة تسمى النواة
- ٣- جميع الالكترونات تدور في الفراغ الكبير حول النواة.

ومن عيوب او نقاط ضعف نموذج رذفورد هي

- ١- لم يستطع تفسير استقرار الذرة . فحسب النظرية الكهرومغناطيسية الالكترونات التي تدور في مداراتها لها تعجيل فتشعر طاقة فيتناقص نصف قطرها تدريجيا حتى تلتحم بالنواة .
- ٢- لم يستطع تفسير الخطوط الطيفية .

٣- نموذج بور: قام العالم بور بالاستنتاج من خلال التجارب على ان الذرة تتكون من نواة متماهية في الصغر نصف قطرها بحدود (10^{-12} cm) وتحتوي هذه النواة على الشحنات الموجبة للذرة ومعظم كتلتها اما نصف قطر الذرة فهو بحدود (10^{-8} cm) حيث تدور هذه الالكترونات بسرعة وشبه هذه المنظومة بحركة الكواكب حول الشمس . وفسر بور استقرار الذرة بان القوة الطاردة المركزية الناتجة من الحركة الدائرية حول النواة بانها تساوي بالمقدار وتعاكس بالاتجاه قوة التجاذب الكهروستاتيكية بين النواة الموجبة والالكترونات السالبة . واعطى بور صورة عن الذرة مستخدما المفاهيم الحديثة التي جاءت بها النظرية الكمية فاقترح بور ما يأتي:

- ١- ان الالكترون لا يشع طاقته باستمرار ولا يتخذ مسار حلزوني حول النواة اذا لابد من وجود حالات ثابتة في الذرة تثبت فيها طاقة الالكترون.
- ٢- يتطلب وجود هذه الحالات الثابتة ان الطاقة تتبع من الذرة فقط اذا انتقل الالكترون من هذه الحالة الى حالة اخرى اقل طاقة وتكون هذه الطاقة المصاحبة لهذه العملية تساوي

$$h\nu = E_1 - E_2$$

ف تكون فرضيات بور هي

- ١- تدور الالكترونات حول النواة في مدار دائري.
- ٢- لكل من هذه المدارات طاقة محددة.
- ٣- لكل من هذه المدارات نصف قطر محدد.
- ٤- تدور الالكترونات في مدارات لها زخم زاوي له مضاعفات صحيحة للمقدار

$$(mvr = n\hbar = n \frac{h}{2\pi})$$

حيث n عدد صحيح

٥- تفقد الذرة او تكتسب طاقة بكميات محددة عندما ينتقل الالكترون من مستوى طاقة محدد الى مستوى طاقة محدد اخر.

ولغرض حساب المدارات المسموحة التي تتبع بها العالم بور استخدم ذرة الهيدروجين والتي تكون عبارة عن شحنة موجبة واحدة يدور حولها الكترون واحد وافتراض ان النواة تكون ثابتة وان الالكترون يدور حول النواة بنصف قطر قدره r .

$$Q = -Ze = -e \quad (1)$$

Z is atomic number, Q is the total charge

استخدم بور قانون نيوتن الثاني وقانون كولوم

$$f = ma \quad (2)$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$f = \frac{(-Ze)e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

$$f = -k \frac{e^2}{r^2} \quad (4)$$

v is electron velocity

$$\begin{aligned} \therefore -k \frac{e^2}{r^2} &= -m \frac{v^2}{r} \\ mv^2 &= k \frac{e^2}{r} \end{aligned} \quad (5)$$

ومن فرضيات بور لأجل ان يدور الالكترون في احد المدارات يجب ان يمتلك زخم زاوي له مضاعفات $n\hbar$

$$L = mvr = n\hbar = n \frac{h}{2\pi} \quad (6)$$

$$\therefore v = \frac{nh}{2\pi mr} \Rightarrow v^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 r^2} \quad (7)$$

From equation (5)

$$v^2 = \frac{ke^2}{rm} \quad (8)$$

وبتساوي المعادلتين (7) و (8) نحصل على

$$\frac{ke^2}{rm} = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 r^2}$$

$$ke^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 mr}$$

$$\therefore r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2} \quad (9)$$

الطاقة الكلية حسب نموذج بور

الطاقة الكلية تمثل مجموع الطاقة الحركية + الطاقة الكامنة

$$E = T + V \quad (10)$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

ومن نموذج بور المعادلة (5) لدينا

$$m v^2 = k \frac{e^2}{r}$$

$$T = \frac{ke^2}{2r} \quad (11)$$

وطاقة الجهد على بعد r من الشحنة Q هي

$$k \frac{Q}{r}$$

$$k \frac{Q}{r} = k \frac{(Ze)e}{r}$$

$$\therefore V = \frac{-ke^2}{r} \quad (12)$$

اذا الطاقة الكلية تساوي

$$E = \frac{ke^2}{2r} + \left(\frac{-ke^2}{r} \right) \Rightarrow E = -\frac{ke^2}{2r} \quad (13)$$

$$\therefore r = -\frac{ke^2}{2E} \quad (14)$$

وبمساواة المعادلتين (14) مع (9) نحصل على

$$-\frac{ke^2}{2E} = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$$

$$E = -\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{n^2 h^2} \quad k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$E = -\frac{2\pi^2 m e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

$$\therefore E = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

وبإعادة Z إلى المعادلة نحصل على

$$E = -\frac{Z^2 me^4}{8\varepsilon_o^2 n^2 h^2}$$

وبالتعويض عن الثوابت نحصل على الطاقة بالإلكترون فولت.

$$E = -\frac{13.6}{n^2} ev$$

نلاحظ من هذه المعادلة ان الطاقة تتناسب عكسيًا مع مربع العدد المداري الرئيسي (n) والإشارة السالبة تشير الى بذل جهد لتحرير الإلكترون من جذب النواة فمستوى الطاقة ($n=1$) يمثل الحالة الأرضية والحالة المستقرة، اما $n=2, 3, 4, \dots$ تشير الى المستويات غير المستقرة فإذا اقترب العدد الكمي من المalanهاية هذا يعني ان طاقة المستويات تقترب من الصفر وان طاقة الإلكترون تصبح صفرًا إلكترون في هذه الحالة يكون طليقاً غير مقيد بال المجال الكهربائي للنواة. وتعرف الطاقة اللازمة لازالة الكترون من المستوى الارضي الى المستوى المalanهاية بجهد التأين.

فجهد التأين لذرة الهيدروجين (13.6 eV)

$$n = 1 \Rightarrow E_1 = -\frac{13.6}{1^2} = -13.6 ev$$

$$n = 2 \Rightarrow E_2 = -\frac{13.6}{2^2} = -3.4 ev$$

$$n = 3 \Rightarrow E_3 = -\frac{13.6}{3^2} = -1.5 ev$$

$$n = 4 \Rightarrow E_4 = -\frac{13.6}{4^2} = -0.8 ev$$

$$n = \infty \Rightarrow E_\infty = -\frac{13.6}{\infty^2} = 0$$

لحساب انصاف اقطار المدارات الإلكترونية

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$$

نصف قطر المدار $n=1$ (أصغر مدار) بعد التعويض

$$r = a_o = 0.529 \times 10^{-10} m = 0.529 A^o$$

وفق الافتراض الثاني لبور فان المدارات لها طاقات محددة فانتقال الالكترون من مدار الى اخر سوف يصاحب اكتساب او فقدان طاقة

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \quad E_n = -\frac{k^2 2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2}$$

n_i يمثل المدار الابتدائي و n_f يمثل المدار النهائي

$$\nu = \frac{k^2 2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$k' = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

k' العدد الموجي، ولكتابة المعادلة بدلالة العدد الموجي K'

$$k' = \frac{k^2 2\pi^2 m e^4}{c h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$k' = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

R_H يمثل ثابت ريدبرك

هناك خمس متسلسلات لخطوط طيف الهيدروجين

١- متسلسلة لايمان:- وتنتج نتيجة الانتقال الالكترون من $n > 1$ الى $n=1$

$$k' = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad n_i = 2, 3, 4, \dots$$

٢- متسلسلة بالمر:- ونحصل عليها من انتقال الالكترون من $n=2$ الى $n=2$

$$k' = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad n_i = 3, 4, 5, \dots$$

٣- متسلسلة باشين:- ونحصل عليها من انتقال الالكترون من $n=3$ الى $n=3$

$$k' = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad n_i = 4, 5, 6, \dots$$

٤- متسلسلة براكيت:- ونحصل عليها من انتقال الالكترون من $n=4$ الى $n=4$

٥- متسلسلة بفوند:- ونحصل عليها من انتقال الالكترون من $n=5$ الى $n=5$

مثال احسب طول موجة الفوتون المنبعث عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من $n=3$ الى $n=2$.

الأشعة السينية x-Ray

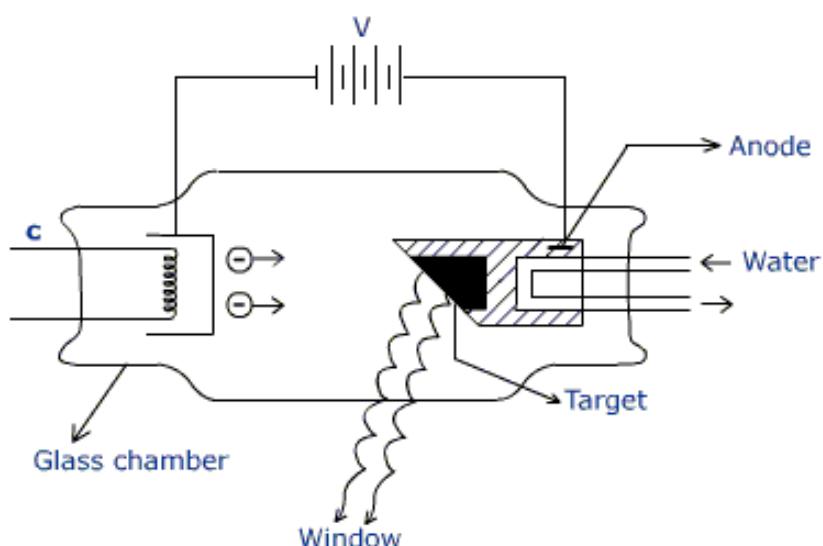
اكتشفت هذه الاشعة من قبل ولIAM رونتجن بطريق الصدفة حيث لاحظ اثناء دراسته لظاهرة التفريغ الكهربائي خلال الغازات لاحظ ظهور اشعة لها القابلية لاختراق الحواجز بعد ان قام بتقريغ انبوبة من الهواء وربط قطبي الانبوبة في نهاية ملف حتى كبير والانبوبة تكون مغلقة بورق معتم في غرفة مظلمة وكانت لديه شاشات من الورق المطلي بسيانيد الباريوم البلاتيني فأثناء عملية التقريغ الكهربائي لاحظ ظهور بريق وفلورة على الشاشة عند كل تقريغ على الوجه المطلي للشاشة المواجهة للأنبوب والوجه الآخر وتظهر هذا حتى لو كانت الشاشة على بعد مترين.

خواص الاشعة السينية

- ١- تحدث الأشعة السينية نتيجة التقريغ الكهربائي خلال الاجسام المشحونة سواء كانت الشحنة سالبة او موجبة
- ٢- لا تتأثر الاشعة السينية بالمجال الكهربائي والمعنطبي وتسير بخطوط مستقيمة.
- ٣- لا تتأثر الشاشة المتقلورة بسيانيد الباريوم البلاتيني واملاح الكالسيوم وزجاج البورانيوم بالأشعة السينية.

- ٤- الاشعة السينية لا تتعكس ولا تعاني انكسار فيكون جمعها او تشتتها بواسطة العدسات صعبا الا في ظروف خاصة يمكن ان تتعكس او تنكسر.
- ٥- الالواح الفتوغرافية والافلام تكون سريعة التأثر بهذه الاشعة.
- ٦- لها القابلية على اختراف المواد بنسب متفاوتة فمثلا لوح من الخشب سمكه 3cm يمكن للأشعة السينية من اخترافه بسهولة وذا استبدال بلوح من الالمنيوم سمكه 1.5cm فان الاشعة السينية سوف تضعف الى حد كبير.

عملية توليد الاشعة السينية



توجد انواع متعددة ومتطرفة لتوليد الاشعة السينية فيبعد تسلیط فرق جهد عالي من الكاثود والانود يتولد اشعة كاثودية وهي عبارة عن الکترونات ذات سرعة عالية فالأشعة السينية تتولد عندما تصطدم الالکترونات اكثر من تصادم عرضي مع جسيمات المادة يفقد معظم او جميع طاقتها بالتصادم بهذه الالکترونات وتصبح متباطئة لتولد خلال ذلك اشعة سينية. وتعتبر هذه الظاهرة معكوس للظاهرة الكهروضوئية.

تحول الطاقة الحركية للإلكترونات للفوتونات وبتردد عالي وطول موجي قصير

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

$$T = ev \quad (2)$$

ان فرق الجهد المسلط على الجهاز يقدر بعشرات او مئات الكيلو فولت وتعتبر مقياس للطاقة الحركية.

$$h\nu_{\max} = T \quad (3)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = ev \quad (4)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{ev}$$

فعد تسلیط فرق جهد مقداره volt 5000 يكون الطول الموجي

$$\lambda = \frac{hc}{ev} = \frac{6.624 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^4} = 2.5 \times 10^{-11} m = 0.25 A^\circ$$

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2.5 \times 10^{-11}} = 1.2 \times 10^{19} Hz$$

لا بد من الاشارة الى ان هناك طريقتين لتحرير الاشعة السينية

اولا- تصطدم الالكترونات ذات طاقة عالية بالذرات في هدف معين فان الالكترونات تنتقل من القشرات الداخلية للذرات حيث تسقط الکترونات اخرى داخل هذه الثغرات فتتبعث فوتونات الاشعة السينية.

ثانيا- عندما يقصد الهدف بـالكترونات تتبعث الاشعة السينية نتيجة تباطء مفاجئ.

الاطياف المميزة للأشعة السينية

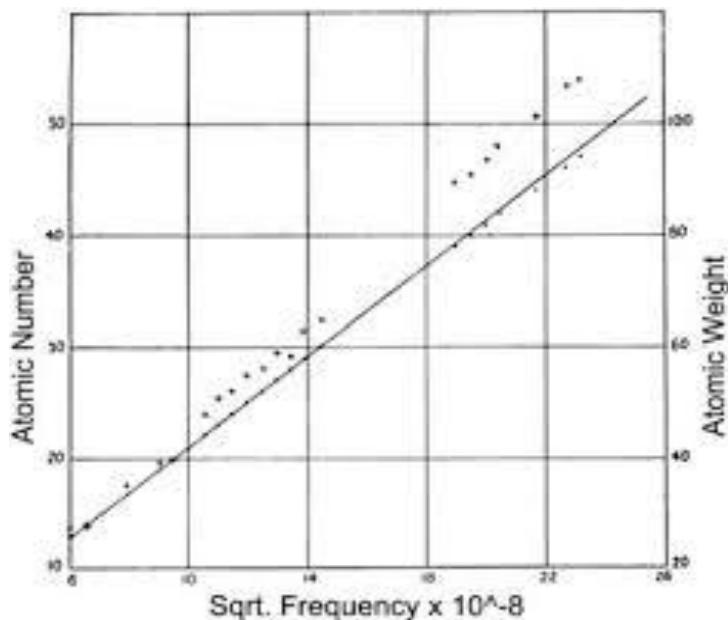
للاشعة السينية نوعين من الاطياف هما

- ١- الطيف المستمر
- ٢- طيف الخطوط الحادة (مركبة فوق الطيف المستمر)

فالطيف المستمر ينشأ عن الالكترونات التي تتعجل في مجال قوة كولوم لنوى ذرات الهدف. سنتطرق في هذا الموضوع بشكل تفصيلي حول طيف الخطوط الحادة للأشعة السينية. قام موزلي في سنة ١٩١٣ باول دراسة منسقة للأطياف المميزة للأشعة السينية للعنصر وقد استخدمت في هذه التجربة التي اجراها موزلي ثمان وثلاثون عنصرا مختلفا كأهداف في انبنيب للأشعة السينية وحللت الاشعة الصادرة عن كل هدف بواسطة مطياف احادي البلورة وسجل الطيف على لوح فوتوغرافي وكانت البلورة المستخدمة هي فير سيانيد البوتاسيوم ، ووضع الجهاز واللوح الفوتوغرافي داخل حجرة مفرغة من الهواء لتفادي امتصاص الاشعة الطويلة الموجي من قبل الهواء.

وقد اظهرت الاواح الفوتografية بان الخطوط الطيفية المنبعثة هذه العناصر تنتمي الى متسلسلتين مختلفتين واحدة في منطقة الموجة القصيرة تعرف بمسلسلة K والثانية في منطقة موجتها طول نسبيا تعرف بمسلسلة L.

وقد وجد موزلي ان صفات المتسلسلة الواحدة تكاد تكون نفسها للعناصر المختلفة وان تردد اي خط من خطوط المتسلسلة يتغير بصورة منتظمة من عنصر الى عنصر في الجدول الدوري. وعندما رسم موزلي منحنينا بيانيا بين الجر التربيعي لتردد الخط $\sqrt{f_{K_a}}$ وبين العدد الذري للعنصر البعض لذاك الخط ومنحنينا بيانيا اخرا بين $\sqrt{f_{K_a}}$ وبين الوزن الذري للعنصر حصل على خط مستقيم في الحالتين غير ان النقاط البيانية في الاول كانت جميعها على خط مستقيم اما النقاط في البياني الثاني لم تكن على استقامة واحدة كما في الشكل التالي:



ومن هذه النتائج تمكّن موزلي من استنتاج النتائج المهمة التالية

١- يجب ترتيب العناصر في الجدول الدوري حسب اعدادها الذرية Z وليس حسب اوزانها الذرية كما كان متبع قبل قيام موزلي بتجربته ، وعليه يجب ان يكون عنصر الكوبالت Co (اعدده الذري $Z=27$) وزنه (58.933) قبل عنصر النيكل Ni عدده الذري $Z=28$ وزنه (58.70) في الجدول الدوري بالرغم من ان الوزن الذري للكوبالت اكبر من الوزن الري للنيكل.

٢- يجب ان تتحل الاماكن الفارغة لبعض الاعداد الذرية عناصر لها نفس هذه الاعداد وبذلك تتبأ موزلي بوجود عناصر اخرى كانت مجهولة في ذلك الوقت فمثلا تتبأ لعناصر اعدادها الذرية $Z=21, 43, 61$ والتي اكتشفت فيما بعد وهي سكانديوم Sc ($Z=21$) وتكتنيسيوم Te ($Z=43$) وبروميثيوم Pm ($Z=61$)

٣- ان معادلة اي خط من الخطوط المستقيمة الناتجة من رسم \sqrt{f} كدالة للعدد الذري للعنصر بالتقريب

$$f = a(Z - b)^2 \quad (1)$$

a and b constants and equal

$$b = 1$$

$$a = \frac{3}{4} R c \quad (2)$$

هذه الكميات لخط K_α اما الخط L_α فهي

$$b = 7.4$$

$$a = \frac{5}{36} R c \quad (3)$$

حيث تمثل c سرعة الضوء و R ثابت ريد برك ($R=1.097*10^7 \text{ m}^{-1}$) وعليه يمكن كتابة المعادلة (1) على النحو التالي

$$f_{K_\alpha} = \frac{3}{4} R c (Z - 1)^2 \quad (4)$$

Eq(4) for K_α line

$$f_{L_\alpha} = \frac{5}{36} R c (Z - 7.4)^2 \quad (5)$$

Eq(5) for L_α line

اجرى موزلي تجاربہ بعد اعلان نظریہ بور لنرہ الہیدروجین مباشرہ وقد وجد علاقہ تربط نتائج تجاربہ وهذه النظریہ وتظهر هذه العلاقة بوضوح عند كتابة المعادلتین (4) (5) وعلى النحو التالي

$$f_{K_\alpha} = R c (Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (6)$$

$$f_{L_\alpha} = R c (Z - 7.4)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (7)$$

وتفسي المعادلة (6) على اساس نظرية بور هو ان الخط K_α ينبعث عندما ينتقل الالكترون من مدار عدده الكمي الرئيسي $n=2$ (الغلاف L) الى مدار عدده الكمي الرئيسي $n=1$ (الغلاف K).

غير ان مثل هذه الانتقال لا يتم بسبب قاعدة باولي للاستبعاد الا اذا كان الغلاف K فاقدا لاحد الالكترونين الموجودين فيه.

نستنتج من هذا ما يلي خلال عمل انبوبة الاشعة السينية يقتلع جسيم من الاشعة الكاثودية احد الالكترونين من الغلاف K وهذا الالكترون المقتلع قد يحتل احد المدارات الخارجية للذرة او يتركها نهائيا ونتيجة لذلك لا يبقى في الغلاف K سوى الکترون واحد فان انتقال الکترون من الغلاف L الى K سوف يؤدي الى انبعاث فوتون تردد يساوي للخط K_α

مثال احسب طول موجة وطاقة الخط K_α والخط L_α في الفضة ($Z=47$).

الحل) باستخدام المعادلتين (4) و (5) بالنسبة للخط K_α

$$f_{K\alpha} = \frac{3}{4} R c (Z - 1)^2 = \frac{3}{4} \times 1.0974 \times 10^7 \times 3 \times 10^8 (47 - 1)^2 = 5.225 \times 10^{18} \text{ sec}^{-1}$$

$$\lambda_{K\alpha} = \frac{c}{f_{K\alpha}} = \frac{3 \times 10^8}{5.225 \times 10^{18}} = 0.5742 \times 10^{-10} m = 0.5742 A^\circ$$

$$E_{K\alpha} = h f_{K\alpha} = 6.625 \times 10^{-34} \times 5.225 \times 10^{18} = 34.616 \times 10^{-16} J = 21.635 KeV$$

اما بالنسبة للخط L_α

$$f_{L\alpha} = \frac{5}{36} R c (Z - 7.4)^2 = \frac{5}{36} \times 1.0974 \times 10^7 \times 3 \times 10^8 (47 - 7.4)^2 = 0.717 \times 10^{18} \text{ sec}^{-1}$$

$$\lambda_{L\alpha} = \frac{c}{f_{L\alpha}} = \frac{3 \times 10^8}{0.717 \times 10^{18}} = 4.184 \times 10^{-10} m = 4.184 A^\circ$$

$$E_{L\alpha} = h f_{L\alpha} = 6.625 \times 10^{-34} \times 0.717 \times 10^{18} = 4.75 \times 10^{-16} J = 2.97 KeV$$

مثال) ماهي الطاقة اللازمة لتهيج ذرات الكادميوم ($Z=48$) لكي تظهر متسلسلة L للأشعة السينية وماهي الطاقة اللازمة لظهور جميع المتسلسلات

الحل) الجزء الاول من السؤال نستخدم المعادلة (7)

$$f_L = R c (Z - 7.4)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

$$E_L = h f_L = \frac{1}{4} h R c (Z - 7.4)^2$$

$$\begin{aligned} E_L &= \frac{1}{4} \times 6.625 \times 10^{-34} \times 1.0974 \times 10^7 \times 3 \times 10^8 (48 - 7.4)^2 = \\ &= 8.988 \times 10^{-16} J = 5.62 KeV \end{aligned}$$

اما لظهور جميع المتسلسلات يجب ان تظهر المتسلسلة K ولذلك نستخدم المعادلة (6)

$$f_k = R c (Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

$$E_k = h f_k = h R c (Z - 1)^2$$

$$\begin{aligned} E_k &= 6.625 \times 10^{-34} \times 1.0974 \times 10^7 \times 3 \times 10^8 (48 - 1)^2 = \\ &= 48 \times 10^{-16} J = 30 KeV \end{aligned}$$

الطاقة اللازمة لظهور جميع المتسلسلات في الكادميوم.

مستويات الطاقة للاشعة السينية

ان من المعروف لدينا ان المدار $n=1$ (الغلاف K) للذرة المتعادلة يحتوي على الكترونين والمدار $n=2$ (الغلاف L) يحتوي على 8 الكترونات والمدار $n=3$ يحتوي على 18 الكترون وهذا حسب العلاقة التالية

$$2n^2 = \text{number of electrons in shell (n)}$$

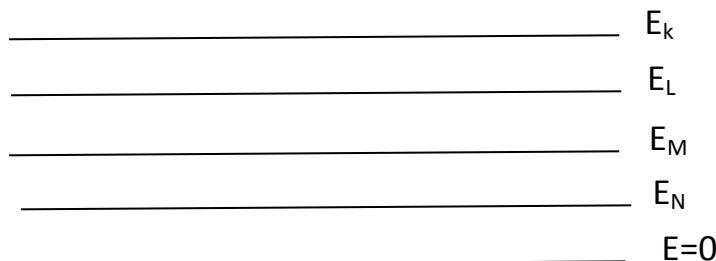
فبعد سقوط اشعة كاثودية على ذرة بهذه وكانت طاقتها كافية لأبعاد احد الكتروني الغلاف K خارج الذرة تماما فان الذرة المتبقية تكون في مستوى طاقة اعلى من الصفر (وهو اوسط

مستوى للطاقة في الذرة المتعادلة ويسمى بالمستوى الارضي) بمقدار E_k (وهي الطاقة اللازمة لازالت احد الكتروني الغلاف (K)

اما اذا كانت طاقة الاشعة الكاثودية الساقطة على الذرة غير كافية لأبعد احد الكتروني الغلاف K ولكنها كافية لأبعد احد الكترونات الغلاف L وقدره خارج الذرة فان الذرة المتبقية تكون في مستوى اعلى من مستوى الطاقة الارضي بمقدار E_L وهكذا بالنسبة للمستويات M و Nالخ.

وبمان الكتروني الغلاف K اقرب من L و M و Nفان طاقة ترابط الكتروني الغلاف تكون اكبر من L و M ... اي ان K

$$E_K > E_L > E_M > E_N \dots$$



لنفرض الان ان ذرة معينة قد فقدت احد الكتروني الغلاف K اي انها في حالة الطاقة E_k فعند انتقال الكترون من الغلاف L الى الغلاف K تصبح الذرة في حالة الطاقة E_L وبسبب هذا الانتقال، اي تغير حالة طاقة الذرة من E_k الى E_L ادى الى انبعاث خط الطيف K_α بتردد مقداره وفق فرضية بور

$$f_{k\alpha} = \frac{E_k - E_L}{h} \quad (8)$$

وهناك احتمال اخر لانتقال الكترون من الغلاف M الى K مباشرة تاركا الذرة في حالة الطاقة E_M والخط المنبعث في هذه الحالة هو خط الطيف K_β وتردداته هو

$$f_{k\beta} = \frac{E_k - E_M}{h} \quad (9)$$

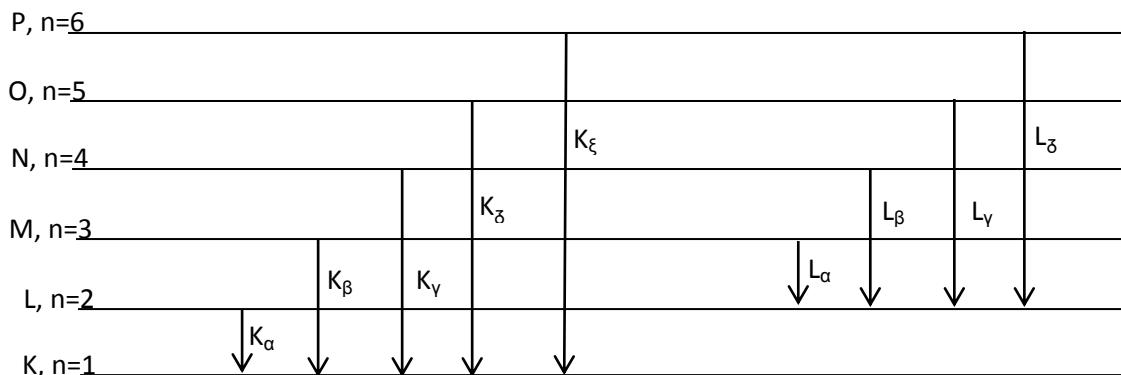
او من N الى K فيكون تردداته هو

$$f_{k\gamma} = \frac{E_k - E_N}{h} \quad (10)$$

وبمناقشات مماثلة يمكن تفسير المتسلسلات L و M و N فمثلا اذا كانت الذرة في حالة الطاقة E_L وانتقل الالكترون من الغلاف M الى L ينبعث خط الطيف L_α بتردد

$$f_{L\alpha} = \frac{E_L - E_M}{h} \quad (11)$$

وعندما يكون فرق الجهد بين نهايتي أنبوب الأشعة السينية عالي تكون طاقة الأشعة الكاثودية كافية لرفع عدد كبير من ذرات الهدف إلى حالة الطاقة E_k وذرات أخرى إلى طاقة E_N و E_M و E_L وهكذا تتبع خطوط طيف المتسلسلة K من الذرات التي تنتقل فيها الإلكترونات مباشرة من الأغلفة L و M و N إلى الغلاف K وتتبع خطوط الطيف للمتسلسلات L و M و N بنفس الطريقة كما هو مبين في الشكل التالي:



وقد وجد ان خط الطيف K_α هو اشد خطوط المتسلسلة K ويليه خط الطيف K_β ولما كانت شدة خط الطيف تتناسب مع عدد الذرات التي يحدث فيها الانتقال الذي ينتج عنه ذلك الخط فان الانتقال الذي يحدث بكثرة للذرات في حالة الطاقة E_k هو انتقال الإلكترونات من الغلاف L إلى K اكبر من احتمال الانتقال من M إلى K وهكذا ونفس الحالة بالنسبة للمتسلسلات L و M و N

ولإزالة الكترون من احد الأغلفة يجب على الأشعة الكاثودية ان تصدم هذا الإلكترون ولما كان نصف قطر الغلاف K اصغر من نصف قطر الغلاف L وهذا اصغر من M الخ لذلك يكون الإلكترونات في الغلاف K اقرب الى بعضها من الغلاف L . ولذلك تتوقف احتمالية تصدام الأشعة الكاثودية مع الإلكترونات الغلاف K اكثر من L ومن M وهذا هو سبب ظهور خط الطيف K_α اكثر شدة من L_α و L_α اكثر شدة من M_α

وباستخدام اهزة متطرفة وحديثة لدراسة طيف الأشعة السينية نجح العلماء في تحليل كثير من الخطوط الى مرکبتين فمثلا حل الخط K_α الى $K_{\alpha 1}$ و $K_{\alpha 2}$.

مثال ابرهن على ان

$$\lambda_{k\beta} = \frac{\lambda_{k\alpha} \cdot \lambda_{L\alpha}}{\lambda_{k\alpha} + \lambda_{L\alpha}}$$

ثم احسب طول موجة الخط K_β في مolibدено (Z=42)

الحل من المعادلتين (8) و (11) لدينا

$$hf_{k\alpha} = E_k - E_L$$

$$hf_{L\alpha} = E_L - E_M$$

وبجمع هاتين المعادلتين نحصل على

$$hf_{k\alpha} + hf_{L\alpha} = E_k - E_M$$

$$E_k - E_M = hf_{k\beta} \Rightarrow hf_{k\beta} = hf_{k\alpha} + hf_{L\alpha}$$

ومنها ينتج

$$\frac{c}{\lambda_{k\beta}} = \frac{c}{\lambda_{k\alpha}} + \frac{c}{\lambda_{L\alpha}}$$

$$\frac{1}{\lambda_{k\beta}} = \frac{\lambda_{L\alpha} + \lambda_{k\alpha}}{\lambda_{k\alpha} \cdot \lambda_{L\alpha}}$$

$$\therefore \lambda_{k\beta} = \frac{\lambda_{k\alpha} \cdot \lambda_{L\alpha}}{\lambda_{L\alpha} + \lambda_{k\alpha}}$$

وقيم $\lambda_{k\alpha}$ و $\lambda_{L\alpha}$ هي

كما يمكن تعبيين هاتين القيمتين من المعادلتين (4) و (5)

$$\therefore \lambda_{k\beta} = \frac{\lambda_{k\alpha} \cdot \lambda_{L\alpha}}{\lambda_{L\alpha} + \lambda_{k\alpha}} = \frac{0.721 \times 5.423}{0.721 + 5.423} = 0.6364 A^\circ$$

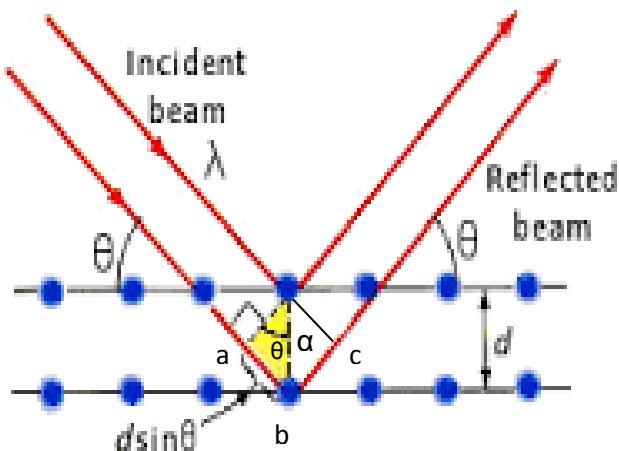
حيود الاشعة السينية

فشل روتجر في التعرف على طبيعة الاشعة السينية فهي لا تتأثر بالمجال الكهربائي والمغناطيسي ، لا تحتوي على شحنات وفي نفس الوقت لا تظهر فيها طبيعة موجية لا نها لا تتدخل ولا تحيد عند مرورها بالمحزرات. واستطاع العالم لوبي من التعرف على طبيعة هذه الاشعة وثبت انها موجات كهرومغناطيسية وان سبب عدم تداخلها او حيودها عند مرورها خلال المحرز هو قصر طول موجتها المتناهي.

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

اذا كانت λ صغيرة جدا عند مقارنتها بثابت المحرز d فان زاوية الحيود يجب ان تكون صغيرة جدا الا اذا كانت الرتبة عالية فلما كانت المرتبة غير عالية ادى الى فشل المحرزات في توليد حيود الاشعة السينية (اذا كانت λ صغيرة فيعني عدم امكانية الحصول على حيود محسوس للأشعة السينية فقام العالم لوبي بإمارار حزمة ضيقة من الاشعة السينية في بلورة ملح الطعام حيث انه استخدم بلورات ذات تراكيب ذرية او جزيئية منتظمة لتحل محل المحرزات الاعتيادية والفوائل بين الذرات او الجزيئات للبلورة هب بـ A° وظهر نمط حيود على شكل بقع مرتبة بطريقة معينة مما يثبت ان الاشعة لها حركة موجية ولها طول موجي قصير واثبت ان البلورات مرتبة بصورة منتظمة.

وبعدها درس العالم بران كيفية استطارة الاشعة عن المستويات المتوازية للبلورات التي ينتمي فيها عدد كبير من الذرات احدى العلاقات التي يجب ان تتحقق التقوية (التداخل البناء).



فلكي يحدث التداخل البناء يجب ان يكون $ab + bc = n\lambda$ يساوي عدد صحيح من الاطوال الموجية

$$ab + bc = n\lambda$$

$$ab = d \sin \theta \quad bc = d \sin \alpha$$

$$\therefore d \sin \theta + d \sin \alpha = n\lambda$$

في حالة $\theta = \alpha$

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

النظرية الموجية والجسيمات

المقصود ان الاشعة تتصرف في بعض التجارب وكأنها حركة موجية واحرى كأنها حركة جسيمية. الحالة الاولى تعتمد على المسار او المسارات التي يمر بها الضوء كما في تجربة التداخل الذي يحسب فيه فرق المسار وممكن القول على ان الضوء او الاشعة الكهرومغناطيسية تتصرف كموجة في الانعكاسات والانكسارات والتداخل والحيود والاستقطاب.

الحالة الثانية ، كشفت الظاهرة الكهروضوئية ان طبيعة الطاقة الضوئية هي جسيمات وتتبع عن مصدر ضوئي تردد v وهي فوتونات ذات طاقات منفصلة وتتصرف كجسيمات. اذا خلاصة القول ان الفوتونات ذات طبيعة مادية مرة وذات طبيعة موجية مرة اخرى اي حسب الظروف التي يتعرض لها الفوتون.

فرضية دي برولي

استنادا لمعادلة التي تربط الطاقة والزخم وفق النظرية النسبية

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p}$$

فافتراض دي برولي ان المعادلة اعلاه هي قانون عام يشمل الفوتونات والجسيمات المادية فذا كان الضوء يتصرف في بعض الاحيان كموجة وفي احيانا اخرى كجسيمات، فان الجسيمات كالإلكترونات والبروتونات والذرات والجزيئات يجب ان تتصرف بطريقة مماثلة اي يجب ان يرفقها خاصية موجية معينة.

افتراض دي برولي زخم جسم كتلته m هو p وسرعته v وعليه يكون طول موجة دي برولي المرافق لحركة الجسيم هي

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

مثال احسب طول الموجة المصاحبة لجسيم كتلته 1kg يتحرك بسرعة $2 \times 10^3 \text{ m/sec}$.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \text{ J.sec}}{1\text{kg} \times 2 \times 10^3 \text{ m/sec}} = 3.32 \times 10^{-37} \text{ m}$$

دالة الموجة ψ

هي كمية متغيرة تعبّر عن الموجة وان قيمة هذه الدالة تعتمد على احتمالية وجود الجسيم المتحرّك في المكان (x,y,z) وعند الزمان t وان احتمالية وجود الجسيم ذات الدالة الموجية ψ عند الموضع (x,y,z) والزمان t تتناسب مع $|\psi|^2$

في نفس المكان والزمان و $|\psi|^2$ هي مربع القيمة المطلقة للدالة الموجية وتدعى بكثافة الاحتمالية. عندما تكون الدالة الموجية ψ هي كمية معقدة حيث تكون من جزء حقيقي وجزء خيالي فان دالة الموجة تمثل

$$\psi = A + iB \Rightarrow \psi\psi^* = A^2 - i^2 B^2 = A^2 + B^2$$

$$i = \sqrt{-1}$$

سرعة موجة دي برولي

اذا كان الجسم متّحرك سوف ترافّقه موجة سرعة هذه الموجة

$$\omega = v\lambda$$

ω wave velocity

وهذه تحدّد بسرعة الجسيم ، نلاحظ لن سرعة انتشار موجة دي برولي اسرع من الضوء وهذه الفكرة لا تتناقض مع النظرية النسبية التي تمنع من وصول سرعة الجسم الى سرعة الضوء لأن النظرية النسبية تؤكّد على ان السرعة هي المسؤولة عن نقل الكتلة والطاقة بينما سرعة الموجة المرافقه غير مسؤولة عن نقل الكتلة والطاقة

$$E = hv \quad v = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

$$\omega = \frac{mc^2}{h} \cdot \frac{h}{mv} = \frac{c^2}{v}$$

ولكي نفهم هذه النتيجة لابد من فهم سرعة الموجة وسرعة مجموعة الامواج. لتصور هناك حبل مشدود على المحور x واجزائه تتذبذب بحركة توافقية بسيطة فعند الزمن $t=0$ و $x=0$ وهذه تمثل قبل البدء بالاهتزاز وقمنا بهز الحبل فالموجة تتحرك بمسافة

$$x = \omega t$$

في الزمن t والفتره الفاصله بين $x=0$ وحتى وصول الى النقطة x

$$t = \frac{x}{\omega}$$

فلاحظ ان الازاحة y عند النقطة x والزمن t تساوي الازاحة y عند النقطة $x=0$

$$\text{واللحظة } t = \frac{x}{\omega} \text{ بعد التعويض}$$

$$y = A \cos \omega t \quad y = A \cos 2\pi v t$$

$$y = A \cos 2\pi v \left(t - \frac{x}{\omega} \right) = A \cos 2\pi \left(vt - \frac{vx}{\omega} \right)$$

$$y = A \cos 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) = A \cos \left(2\pi vt - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$y = A \cos(\omega t - kx) = A \cos(\omega t - kr)$$

معادلة تمثل بدلالة الاحداثيات الثلاث k العدد الموجي اما r متجه نصف القطر

مبدأ عدم التحديد

بين العالم هايزنبرك بأنه لا يمكن تعين موقع ورخم الجسيم انيا وبدقة واستند هذا المبدأ على ان هذه الكمية تحدد وبدقة وأن واحد حسب العلاقة التالية

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Δx تمثل اللاتحديد في موقع الجسيم و Δp تمثل اللاتحديد في زخم الجسيم وتعرف هذه المعادلة بانها حاصل ضرب الخطاء Δx في موقع الجسيم والخطاء Δp في زخم الجسيم في قياس x و p

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \text{ هو اكبر او يساوي}$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$$

نفرض مجموعة موجية تقابل جسيم يقع ضمن المسافة Δx

$$\Delta x \Delta k = 1 \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h}$$

$$\Delta k = \frac{2\pi \Delta p}{h} \quad (2)$$

وبتعويض (2) في (1) نحصل على

$$\Delta x \Delta p = \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

اذا اريد قياس طاقة E منبعثة من عملية ذرية خلال فترة زمنية Δt اذا كانت الطاقة تتبع
بشكل موجات كهرومغناطيسية فان عملية تحديد الفترة الزمنية سوف يؤثر على قياس تردد
الموجة

$$\Delta v = \frac{1}{\Delta t} \quad \Delta E = h \Delta v = \frac{h}{\Delta t}$$

$$\Delta E \Delta t = h \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

سؤال هل يمكن تواجد الالكترون داخل النواة نصف قطر النواة $R=10^{-14} \text{ m}$ وهو يمثل الخطء في موقع الجسيم

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.054 \times 10^{-34}}{10^{-14}} = 1.1 \times 10^{-20}$$

$$T = pc = 1.1 \times 10^{-20} \times 3 \times 10^8 = 20 \text{ MeV}$$

اذا افترضنا ان الالكترون موجود داخل النواة مع العلم ان طاقة الالكترون السكونية (0.511MeV) هذا يعني انه لا يمكن ان يتواجد داخل النواة. واذا افترضنا ان الالكترون موجود داخل الذرة مع العلم ان نصف قطر الذرة حسب نظرية بور لذرة الهيدروجين هي $(R=5 \times 10^{11} \text{ m})$ وهذا يمثل الخطء في موقع الجسيم

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.054 \times 10^{-34}}{5 \times 10^{-11}} = 2.1 \times 10^{-24}$$

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{(2.1 \times 10^{-24})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} = 2.4 \times 10^{-18} \text{ J} = 15 \text{ eV}$$

معادلة شرود نجر

من اجل دراسة معادلة شرود نجر نبدأ بحركة جسيم في بعد واحد كتلته m وسرعته v فموقع الجسيم يعرض بالقيم المحددة لإحداثياته فمن الممكن التعبير عنه بالدالة الموجية التي سبق التطرق لها ، فنفترض ان دالة موجية منتشرة على المحور x

$$\psi = A e^{i \omega \left(t - \frac{x}{\omega} \right)} \quad (1)$$

$$\omega = 2\pi\nu = \lambda\nu$$

$$\psi = A e^{2\pi i \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right)} \quad (2)$$

ومن الممكن كتابة المعادلة (2) بدلالة الزخم والطاقة

$$E = h\nu \quad \nu = \frac{E}{h} = \frac{E}{2\pi\hbar} \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

$$\psi = A e^{\frac{-i}{\hbar}(Et - px)} \quad (3)$$

بتقاضل المعادلة (3) جزئيا مرتين بالنسبة للإحداثيات x ومرة بالنسبة للزمن t نحصل على

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi \quad (4)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \psi \quad (5)$$

وبإعادة ترتيب المعادلتين (4) و (5) نحصل على

$$p^2 \psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$E \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (7)$$

نلاحظ من المعادلتين (6) و (7) من الممكن استبدال الزخم p^2 بالعلاقة التفاضلية

$$\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

من المعلوم ان الطاقة الكلية E تساوي مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (8)$$

وبضرب المعادلة (8) ب ψ

$$E \psi = \frac{p^2 \psi}{2m} + V \psi \quad (9)$$

وعند التعويض عن ψ^2 و $E\psi$ نحصل على

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi \quad (10)$$

و هذه المعادلة تمثل معادلة شرودنجر المعتمدة على الزمن

$$\psi = A e^{\frac{-i}{\hbar}(Et - px)} \quad \psi = \psi(x)\phi(t)$$

$$\phi(t) = e^{\frac{-i}{\hbar}(Et)}$$

$$\therefore \psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{\frac{-i}{\hbar}(Et)} \quad (11)$$

وبوضع معادلة (11) في معادلة شرودنجر المعتمدة على الزمن

$$E\psi e^{\frac{-iEt}{\hbar}} = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{\frac{-iEt}{\hbar}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi e^{\frac{-iEt}{\hbar}} \quad (12)$$

وبقسمة المعادلة (12) على $e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (13)$$

و هذه تمثل معادلة شرودنجر الغير معتمدة على الزمن، وبإدخال الاحاديثيات (x,y,z) نحصل على

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0$$

تطبيقات على معادلة شرودنجر

١- الجسم الحر:-

الجسم الحر يتحرك في مجال طاقته الكامنة تساوي صفر، و E تمثل طاقته الكلية وباستعمال معادلة شرودنجر الغير معتمدة على الزمن

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0$$

وبالتعويض بالطاقة الكامنة التي تساوي صفر ($V=0$)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E \psi(x)$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad p = \hbar k$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi(x) = 0$$

وحل هذه المعادلة

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

حيث A و B ثوابت

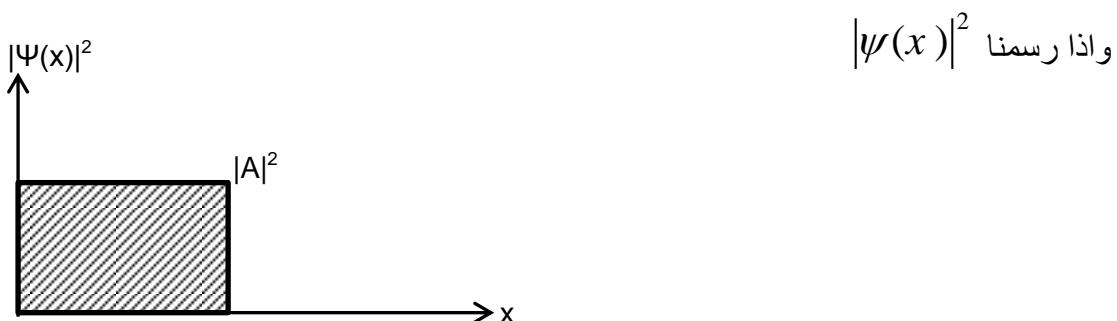
e^{ikx} دالة تمثل حركة الجسيم باتجاه المحور x

e^{-ikx} دالة تمثل حركة الجسيم باتجاه معاكس للمحور x

الحالة الأولى: عندما تكون حركة الجسيم باتجاه الموجب

$$\psi(x) = A e^{ikx}$$

$$|\psi(x)|^2 = \psi^* \psi = A^* e^{-ikx} A e^{ikx} = |A|^2 = A^* A$$

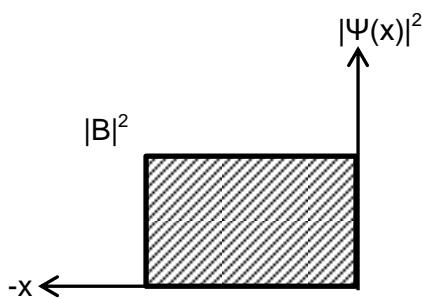


الحالة الثانية:- عندما يتحرك الجسيم باتجاه سالب

$$\psi(x) = Be^{-ikx}$$

$$|\psi(x)|^2 = \psi^* \psi = Be^{ikx} Be^{-ikx} = |B|^2 = B^* B$$

وإذا رسمنا العلاقة بين $|\psi(x)|^2$ والمحور x نحصل على كثافة الاحتمالية لوجود الجسيم ويكون بالشكل التالي



الحالة الثالثة:- عندما يتحرك الجسيم في كلا الاتجاهين

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

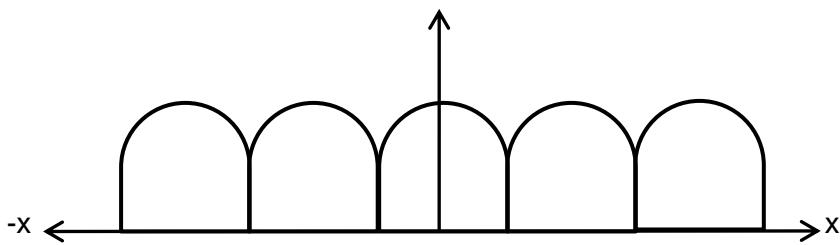
$$\begin{aligned} |\psi(x)|^2 &= \psi^* \psi = (A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx})(A e^{ikx} + B e^{-ikx}) \\ &= A^* A + B^* B + B A^* e^{-2ikx} + B^* A e^{2ikx} \end{aligned}$$

وعندما $A=B$

$$\begin{aligned} |\psi(x)|^2 &= 2A^* A + A A^* (e^{-2ikx} + e^{2ikx}) \\ &= 2A^* A \left(1 + \frac{1}{2}(e^{-2ikx} + e^{2ikx})\right) = 2A^* A (1 + \cos 2kx) \end{aligned}$$

$$\therefore 2\cos^2 kx = 1 + \cos 2kx$$

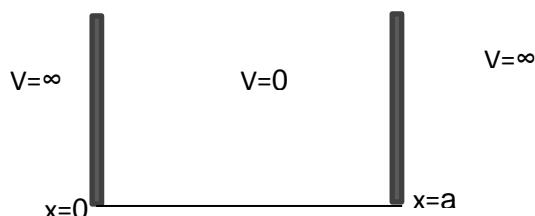
$$\therefore |\psi(x)|^2 = 4A^* A \cos^2 kx$$



وهذا يدل على عدم وجود شروط حدودية على عدم حل معادلة الجسم الحر

٢- جسم داخل صندوق

جسيم كتلته m وطاقته E موجود داخل صندوق عرضه a وحدوده $x=0$ الى $x=a$ وطاقته الكامنة $V(x)$ كما موضح في الشكل التالي



$$V(x)=0 \quad 0 < x < a$$

$$V(x)=\infty \quad a < x < 0$$

وباستخدام معادلة شرودنجر الغير معتمدة على الزمن

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V(x) \psi = E \psi$$

الحالة الأولى: نفترض ان الجسيم خارج الصندوق $V(x)=\infty$

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \psi(x)$$

بإهمال الطاقة E بالنسبة للطاقة الكامنة $V(x)$

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = \infty \psi \quad \psi(x) = e^{\pm \sqrt{\infty}x} \Rightarrow \psi(x) = 0$$

في كلا الحالتين عندما x اكبر من a او اصغر من 0 فان الدالة مساوية الى الصفر اي ان احتمالية وجود الجسيم خارج الصندوق غير ممكنة.

الحالة الثانية: عندما يكون الجسيم داخل الصندوق تكون طاقته الكامنة $V(x) = 0$ وباستخدام معادلة شرودنجر الغر معتمدة على الزمن

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k \psi = 0$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \quad p = \hbar k \quad \therefore E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

لإيجاد الثوابت A و B نستخدم الشرطين الحدوديين

First- $\psi(x=0)=0$

Second- $\psi(x=a)=0$

باستخدام الشرط الاول عندما تكون $x=0$

$$\psi(x=0) = A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

$$\therefore \psi(x) = A(e^{ikx} - e^{-ikx})$$

ومن المتطابقة المثلثية التالية

$$\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$$

$$\psi(x) = D \sin kx \quad D = \frac{A}{2i}$$

الشرط الثاني عندما $x=a$

$$\psi(x=a) = D \sin ka = 0 \Rightarrow \sin ka = 0$$

$$\therefore ka = n\pi$$

$$k = \frac{n\pi}{a}$$

n عدد صحيح موجب وبالتالي الشرط الاول

$$\psi(x) = D \sin \frac{n\pi x}{a}$$

عند تعويض هذه المعادلة في المعادلة الغير معتمدة على الزمن

$$\frac{\partial^2(D \sin \frac{n\pi x}{a})}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}(D \sin \frac{n\pi x}{a}) = 0$$

$$-\frac{Dn^2\pi^2}{a^2} \sin \frac{n\pi x}{a} + \frac{2mE}{\hbar^2}(D \sin \frac{n\pi x}{a}) = 0$$

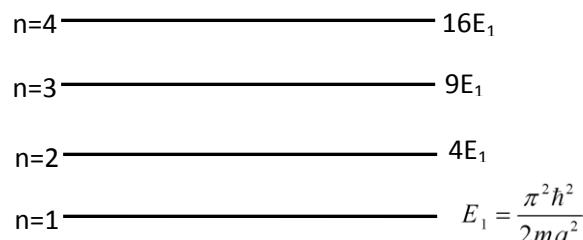
$$D \sin \frac{n\pi x}{a} \left(-\frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \right) = 0$$

$$-\frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{n^2 \pi^2}{a^2} = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}}$$

نستنتج

- ١- نلاحظ في هذه المعادلة ان طاقة الجسيم لا تأخذ قيم اختيارية بل تكون محددة ومكممة فهذه القيم تشكل طاقة كما هو موضح في الشكل أدناه



- ٢- لا يمكن ان تكون $n=0$ لأنه في النتيجة سوف نحصل على $E=0$ وهذا يعني عدم وجود جسيم لأن مربع القيمة المطلقة للدالة (كثافة الاحتمالية) لوجود الجسيم تساوي صفر وفي النتيجة ايضا الطاقة تساوي صفراء

- ٣- الطاقة E تتناسب مع a^{-2} حيث بزيادة عرض صندوق سوف تقارب قيم الطاقة وتقل الطاقة، وعند اقتراب من الالانهاية فان مستويات الطاقة تقترب من بعضها وتصبح متصلة وتكون مشابهة للأطياف الذرية المستمرة ونفس الشيء في حالة زيادة الكتلة.

مثال احسب مستويات الطاقة للإلكترونات في صندوق عرضه (a=10⁻¹⁰ cm).

التركيب الإلكتروني للذرة

مقدمة

قدمت دراسة الطيف الذري الكثير من المعلومات القيمة حول تركيب وتوزيع الالكترونات داخل الذرة. وقد انبثقت معظم المبادئ والقواعد التي استخدمت في علم الاطياف من الابحاث التجريبية ومع تطور الميكانيك الكمي وضعت لها الاسس النظرية المتينة وكان من اهم هذه المبادئ هو شرط التردد لبور والذي ينص على على ان تردد اي خط من خطوط الطيف يتناسب مع الفرق بين قيمتي طاقة الحالتين في الذرة التي تبعث الاشعاع اي ان

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

حيث E_i طاقة الحالة الابتدائية للذرة و E_f طاقة الحالة النهائية للذرة. كما ان h هو ثابت بلانك وعند استخدام العدد الموجي \bar{f} بدلا من التردد في المعادلة (1) نحصل على

$$\bar{f} = \frac{E_i}{ch} - \frac{E_f}{ch} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

وتبين المعادلة اعلاه ان العدد الموجي لا ي خط في الطيف يساوي الفرق بين حدین اي ان

$$\bar{f} = T_i - T_f \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

حيث يمثل كل حد من T المعبر عنه بالعدد الموجي حالة طاقة ذرية او مستوى طاقة. ويمكن تصنيف الطيف الذري الى زمرتين (١) طيف بصري (٢) طيف الاشعة السينية.

متسلسلات الطيف البصري

صنفت خطوط اي عنصر بمتسلسلات لتسهيل عمل اختيار الخطوط التي تنتمي الى نفس المتسلسلة وذلك بالاعتماد على انواع كثيرة من البيانات منها (أ) المظهر الفيزيائي للخطوط اي فيما اذا كان (حادة) او منتشرة (ب) الطريقة المستخدمة لتكوين الطيف اي فيما اذا استخدم قوس كهربائي او شراراة كهربائية (ج) كيف تتأثر

خطوط الطيف عند تسلیط مجال كهربائي او مغناطيسي على الذرات الباعة لها مثل ظاهرة زيمان التي ستنطرق لها لاحقا.

في سنة ١٨٨٩ اقترح ريدبرك امكانية ترتيب المتسلسلات الضوئية المعروفة انذاك بطريقة بحيث ان العدد الموجي لا ي خط من المتسلسلات يساوي الفرق بين حدین وعلى النحو التالي:

$$\bar{f} = \bar{f}_{\infty} - \frac{RZ^2}{(n + \phi)^2} \dots \dots \dots \quad (4)$$

حيث R يمثل ثابة ريدبرك و n عدد صحيح و ϕ هو كسر قيمته اقل من واحد وثبت تقربيا لجميع خطوط المتسلسلة. وتقترب المتسلسلات من الغاية لقيم كبيره جدا من n والحد \bar{f} هو العدد الموجي الذي تقترب منه المتسلسلات كغاية عندما تقترب n من الانهاية.

كما ان $Z=1$ لمتسلسلات الذرات المتعادلة و $Z=2$ للايونات التي شحنتها احادية و $Z=3$ للايونات التي شحنتها ثنائية وهكذا وان التشابه بين علاقة ريدبرك وشرط تردد بور بدبيهي. وفي حالة يكون العدد الموجي لا ي خط من الخطوط متسلسلة الطيف يساوي الفرق بين حد ثابت والآخر متغير. والحد الثابت هو العدد الموجي لغاية المتسلسلة والذي يمثل اما الحرف \bar{f}_1 او T_1 . اما الحد المتغير فهو عدد موجي مقترب مع حالة ذرية توصفها قيمة معينة للعدد الصحيح n والثابت ϕ .

ومن بين اكثـر المتسلسلـات العديدة لخطوط الطيف من اي عنصر شـنته هي المتسلسلـة الرئـيسـية والـحادـة والـمنـشـرة والـاسـاسـية .

وتمثل المتسلسلات بدلالة علاقة ريدبرك بالمعادلات التالية:

المتسلسلة الرئيسية

$$\bar{f} = P_{\infty} - \frac{R}{(n + P)^2} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

المتسلسلة الحادة

$$\bar{f} = S_{\infty} - \frac{R}{(n + P)^2} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

المتسلسلة المنتشرة

$$\bar{f} = D_{\infty} - \frac{R}{(n+D)^2} (n = 3, 4, 5, \dots)$$

المتسلسلة الاساسية

$$\bar{f} = F_{\infty} - \frac{R}{(n+F)^2} (n = 4, 5, 6, \dots)$$

حيث استبدل \bar{f} بالرموز P_{∞} و S_{∞} و D_{∞} و F_{∞} وكذلك ابدل الثابت ϕ في الحد الاخير بالحروف F, D, S, P في علاقة ريدبرك وقيم هذه الثوابت مختلفة كما وجد تجريبيا ان الحدود الثابتة تمتلك القيم التالية:

$$P_{\infty} = \frac{R}{(1+S)^2}$$

$$S_{\infty} = \frac{R}{(2+P)^2}$$

$$D_{\infty} = \frac{R}{(2+P)^2}$$

$$F_{\infty} = \frac{R}{(3+D)^2}$$

ويمكن ملاحظة ان لكل من المتسلسلات الحادة نفس غاية المتسلسلة وفي اغلب الاحيان يستخدم دليل مختزل لكتابة معادلات المتسلسلات المختلفة. وذلك باستخدام الحروف التي تظهر في مقام الحد المعني لتمثل الحد. اي ان تكتب np كاختصار للحد $R/(n+p)^2$ و nS للحد $R/(n+S)^2$ و nD للحد $R/(n+D)^2$ وهكذا وبدلالة هذا التدليل تكتب خطوط المتسلسلات المختلفة على النحو التالي:

المتسلسلة الرئيسية

$$\bar{f} = 1S - nP$$

المتسلسلة الحادة

$$\bar{f} = 2P - nS$$

المتسلسلة المنتشرة

$$\bar{f} = 2P - nD$$

المتسلسلة الأساسية

$$\bar{f} = 3D - nF$$

حسب قيم الحدود لعدد من حالات الطاقة لجميع العناصر وذلك بتحليل اطيافها ولو ان العدد الموجي لا يساوي الفرق بين حدين ولكن العكس ليس صحيحا دائما اي ان ليست جميع الفروق التي قد تكون بين قيم الحدود لذرة تمثل خطوط الطيف ولتفسير عدم ظهور خطوط معينة من الضروري استخدام قاعدة الانتقاء والتي سبق استخدامها لذرة الهيدروجين ولكن يصعب استخدام هذه الطريقة للذرات المعقدة لأن علينا حل معادلة شروdonجر لمنظومة متكونة من ثلاث جسيمات او اكثر ولهذا السبب استخدمت طرق التقريب لمعظم هذه المسائل.

الزخم الزاوي المداري

يمكن تمثيل الزخم الزاوي للكترون في مداره بمتجه \vec{L} يرسم عموديا على مستوى المدار. ويستخدم في هذا المجال وحدة الزخم الزاوي $\pi = h/2\pi \hbar$ وهي الوحدة التي وضعها بور في نظريته حول ذرة الهيدروجين.

ان الزخم الزاوي المداري وفق نظرية بور هو $n\phi\hbar$

حيث $n\phi$ يمثل العدد الكمي السمتى. والزخم الزاوي المداري وفق نظرية شروdonجر

$$= \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

حيث l العدد الكمي للزخم الزاوي المداري والمقييد بالقيم $l=0,1,2,3\dots n-1$

حيث n العدد الكمي الاساسى

وفي بحث الذرات التي تحتوي على اكثر من الكترون واحد سنستخدم المتجه \vec{l} ليمثل متجه الزخم الزاوي المداري للكترون واحد والمتجه \vec{L} للزخم الزاوي الكلي لجميع الالكترونات في الذرة. والقيمة العددية للمتجه \vec{l} وفق نموذج المتجه للذرة هي قيمة العدد الكمي للزخم الزاوي l لذلك عندما $l=2$ سنكتب $\vec{l}=2$ مع المفهوم ان قيمة

الزخم الزاوي هي $\sqrt{l(l+1)}\hbar$ والتي في هذه الحالة تساوي $\sqrt{6}\hbar$. ومتوجه الزخم الزاوي الكلي L لذرة تحتوي على اكثرب من الكترون واحد هو المجموع المتجهي لمتجهات الزخوم الزاوية المدارية للإلكترونات، اذن

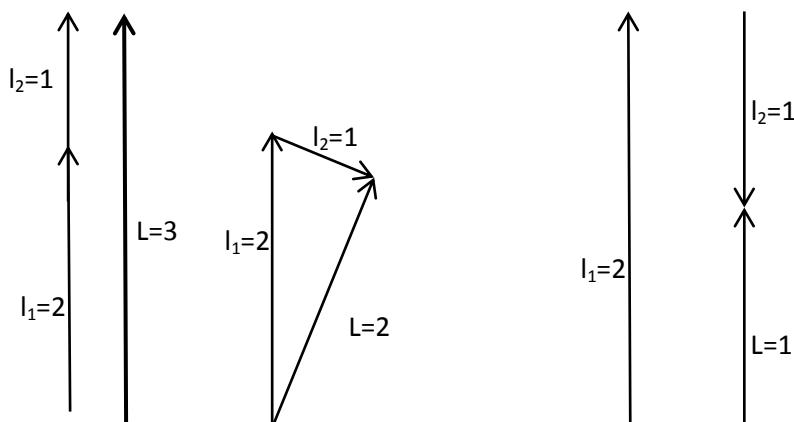
$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \dots$$

مع التقييد على ان المتوجه \vec{L} يقتصر على قيم صحيحة فقط فمثلا في حالة الالكترونين احدهما في $l_1=2$ والاخر $l_2=1$ وقيمة المتوجه

$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2$$

قد تأخذ اي من القيم الثلاثة التالية ويبين الشكل ادناه طريقة جمع المتجهات والزخم الزاوي الكلي للإلكترونين عندما $L=3$ هو

$$\sqrt{L(L+1)}\hbar = \sqrt{12}\hbar$$



برم الالكترون

بالاضافة الى حركة الارض الدورانية حول الشمس هناك حركة برمية حول محورها. ولذلك يكون الزخم الزاوي الكلي للارض هو المجموع المتجهي لزخمهما الزاوي المداري وزخمهما الزاوي البرمي. وقد نتوقع ان للإلكترون ايضا حركة دورانية برمية بالإضافة الى حركته الدورانية حول النواة. ولكن لا يمكننا وصف برم الالكترون كاي جسيم كروي لأننا لا نعرف بالضبط بناءه الداخلي. وهذا يعني ليس

بمقدورنا حساب الزخم الزاوي البرمي لالكترون بنفس الطريقة التي يحسب بها الزخم الزاوي البرمي للارض بدلالة نصف قطرها والسرعة الزاوية.

لقد افترض فكرة برم الالكترون لأول مرة الينيك وكودشمت وذلك في سنة ١٩٢٦ لتفسير التركيب الدقيق لخطوط متسلسلات الطيف لبعض العناصر وظاهره زيمان. وقد عين زخم الالكترون الزاوي بسبب برمته بالقيمة التالية

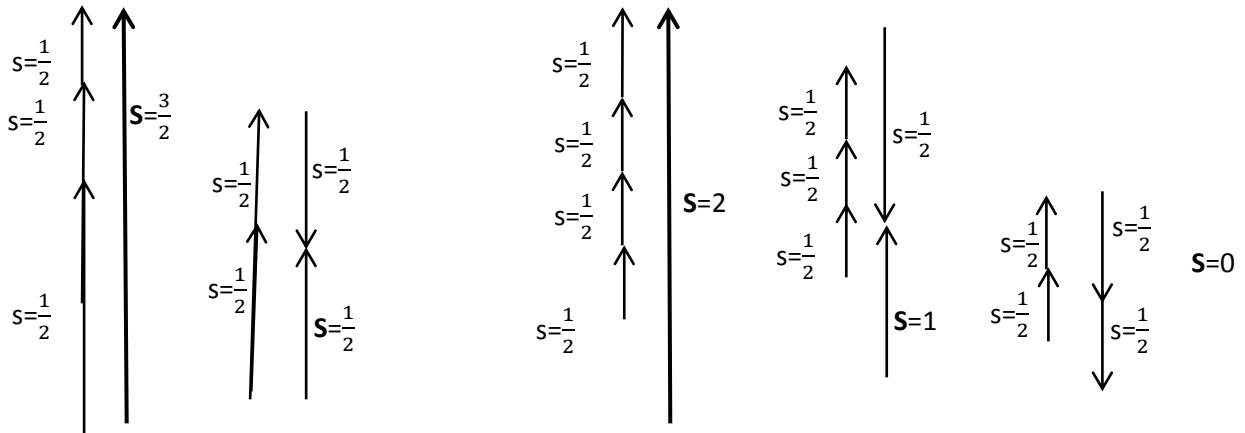
$$\vec{p}_s = s \hbar$$

ومقدار s هو $1/2$ ويمكن تمثيل الزخم البرمي بدلالة جبر المتجهات بطول s الذي يساوي نصف في وحدة \hbar . ووفق الميكانيك الكمي فان مقدار زخم الالكترون البرمي يساوي $\sqrt{s(s+1)\hbar}$ ويخضع المجموع الاتجاهي للزخوم الزاوية البرمية والعدد من الالكترونات الى التقييدات التالية

اذا كان عدد الالكترونات فردي فيجب ان تأخذ s مضاعفات فردية للكسر $1/2$

وللعدد الزوجي يجب ان تكون s عدد صحيح وهذا يعني ان المتجهات التي تمثل البرم يجب ان تكون دائماً متوازية بنفس الاتجاه او بعكسه. ويبين الشكل التالي حالتين مثاليتين احدهما لثلاث الکترونات يأخذ فيه s القيم $1/2$ او $3/2$ والآخر لاربعة الکترونات يأخذ فيه s القيم $0, 1, 2$

والمعروف ان توزيع الالكترونات في المواد الصلدة يخضع الى النظرية الاحصائية التي وضعها فيرمي ديراك. ومن مظاهر هذه الجسيمات المتميزة هي خضوع طاقتها وتسمى هذه الجسيمات $\hbar/2$ الى احصائيات فيرمي-ديراك وان برمها يساوي بالفرميونات. مثل الالكترونات والبروتونات والنيوترونات. اما الجسيمات التي يساوي برمها لا عدد صحيح للثابت \hbar او صفر فتسمى البوزوونات وهي تخضع للنظرية الاحصائية التي وضعها اينشتاين وبوز وعلى سبيل المثال جسيمة الفا برمها يساوي صفر والديترون يساوي واحد والفوتوت يساوي واحد.



متجه الزخم الزاوي الكلي

ان الزخم الزاوي الكلي لاي الكترون يساوي المجموع الاتجاهي للزخم الزاوي المداري والزخم الزاوي البرمي كما ان الزخم الزاوي الكلي هو $j\hbar$ حيث j هو العدد الكمي للزخم الزاوي الكلي.

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

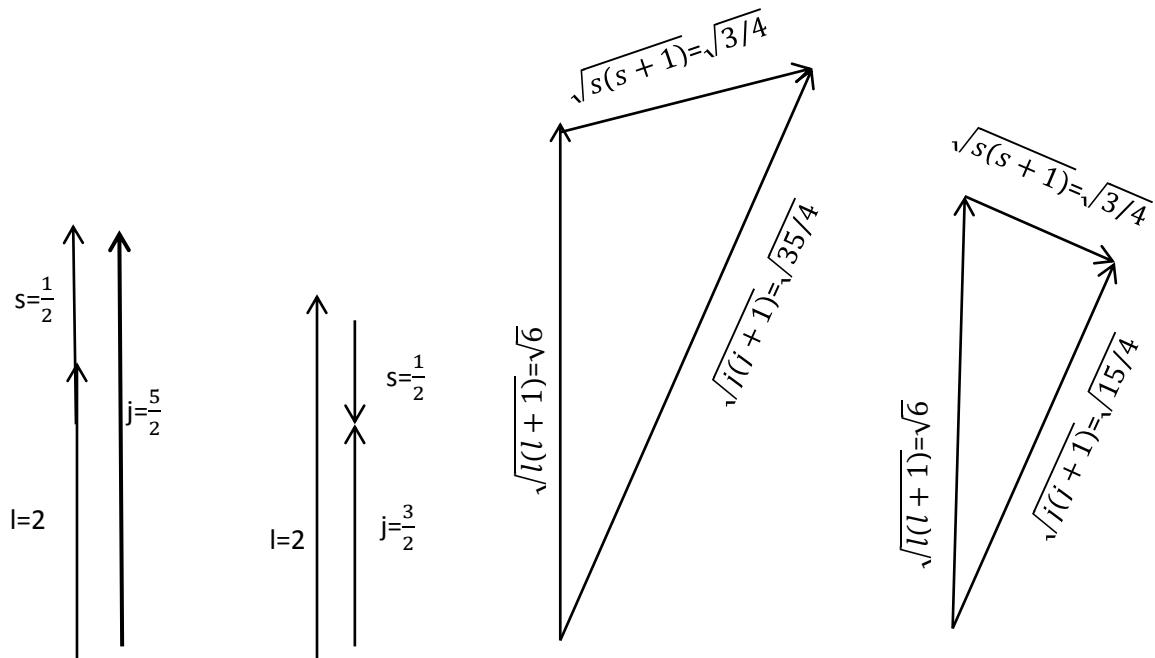
ويجب ان يكون المجموع المتجهي دائما مضاعفات فردية للنصف. لأن s دائما يساوي نصف و j يمكن ان يأخذ قيمتين فقط لقيمة معينة للزخم الزاوي المداري 1 و هما

$$l - 1/2, \dots, l + 1/2$$

ما عدا الحالة $l=0$ حيث j يأخذ القيمة نصف فقط. اذن عندما $l=2$ و $s=1/2$ يمكن ان يأخذ j القيم $5/2$ و $3/2$ كما هو مبين في الشكل ادناه

ومقدار الزخم الزاوي الكلي وفق ميكانيك الكم هو $\sqrt{j(j+1)}\hbar$ وعند اضافة المتجهين \vec{l}, \vec{s} لتكون المتجه \vec{j} فان مقدار l هو $\sqrt{l(l+1)}$ ومقدار s يمكن ايجادها من المخطط ادناه باستخدام قانون جيب التمام وهو

$$\cos(s, l) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{s(s+1).l(l+1)}}$$

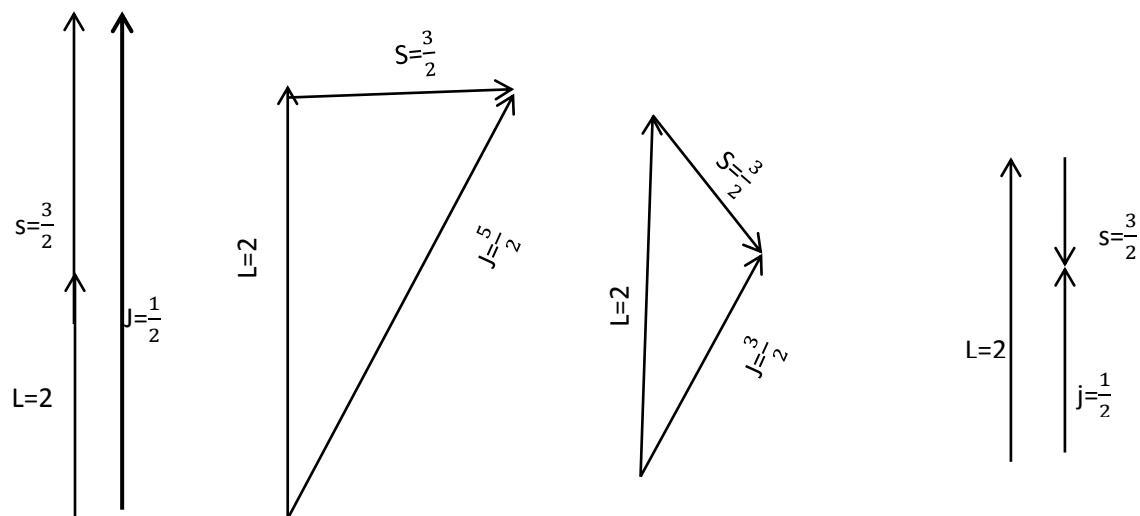
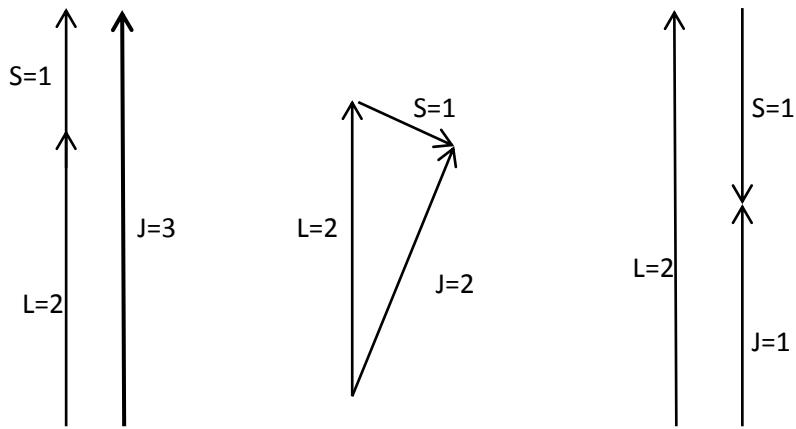


اذا حدث تغير في الحالات الذرية بتأثير الكترونين او اكثر فقيمة الزخم الزاوي الكلي لهذه الالكترونات الذي يعبر عنه بالكمية $J\hbar$ سيعتمد على التأثير المتبادل او الرابط بين الزخم الزاوي المداري والبرمي وفي هذا النوع من الرابط تتحدد جميع متجهات الزخوم الزاوية المدارية للالكترونات لتكوين المحصلة L وبصورة مستقلة تتحدد جميع الزخوم الزاوية البرمية لتكوين المحصلة S وعليه فان متجه الزخم الزاوي الكلي للذرة هو

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

ويكون J عددا صحيحا اذا كان S كذلك ويجب ان يكون J مضاعفات فردية للنصف اذا كان S كذلك ويسمى هذا بربط رسل-ساوندر او $L-S$ coupling.

ويوضح الشكل التالي هذا الترابط وقد رسمت فيه القيم $S=3/2$, $S=1$, $L=2$ و $L=2$. ويمكن البرهنة من الشكل ان عدد قيم J الممكنة عندما $L > S$ هي $2S+1$. اذا كانت $L=0$ فالكمية J يمكن ان تأخذ قيمة واحدة فقط وهي $J=S$.

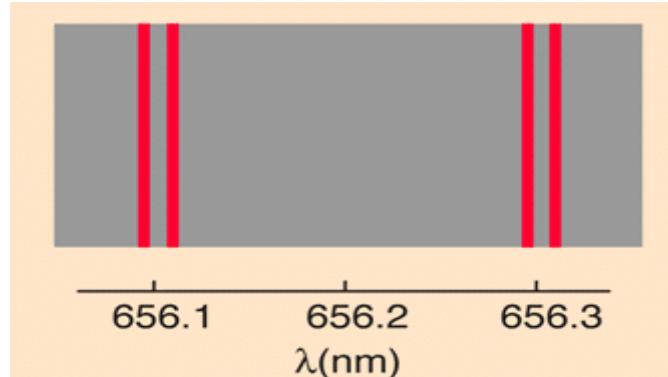


وهناك ربط اخر يسمى بربط J-J coupling و فيه يجتمع متوجه الزخم الزاوي والزخم البرمي لكل الكترون مكونا الزخم الزاوي الكلي للاكترونون و عند جمع جميع الزخوم الزاوية للاكترونات الذرة نحصل على الزخم الزاوي الكلي.

نموذج سمرفيلد Sommerfeld

يعتبر نموذج سمرفيلد الذري امتداداً أو إضافة على إلى نموذج بور الذري، فبينما أستطاع بور في نموذجه أن يضع معادلات توضح طاقة الإلكترونات في كل مستوى طاقة، وطبق ذلك على ذرة الهيدروجين، وكذلك وضع تفسيراً لطيفاً لأيونات الهيدروجين، بصورة محققاً نتائج تتفق مع نتائج التجارب العملية، مما جعل نموذجه مقبولاً عالمياً. إلا أن التجارب التي تمت بعد بضع سنوات باستخدام أجهزة أكثر دقة وعلى طاقات أعلى أوضحت أن الطيف الناتج لم يكن خطأ واحداً بل كان خطوطاً رفيعة متقاربة جداً. لم يستطع بور أن يفسر تلك الظاهرة من خلال نموذجه الذري، حتى جاء سمرفيلد ليقوم ببعض التعديلات على النموذج بما يسمح بتفسير تلك الظاهرة

طبقاً لسميرفيلد، فإن المدارات الثابتة التي تدور فيها الإلكترونات حول النواة في الذرة، ليست دائرية وإنما بيضاوية في الصورة طيف ذرة الهيدروجين على اليمين وذرة الديوتريوم (أحد نظائر الهيدروجين) على اليسار



قام سمرفيلد بإضافة تعديلين رئيسيين لنموذج بور حتى يستطيع تفسير تلك الخطوط الرفيعة:

- ١ - مدار الإلكترون حول النواة هو بيضاوي بحيث تكون النواة في بؤرة أحد الجانبين.
- ٢ - تتغير سرعة حركة الإلكترون حسب موقعه في المدار بحيث تزيد سرعته كلما أقترب من النواة وتزيد وتقل سرعته عندما يبتعد عن النواة.

ولأن أي شكل بيضاوي له محورين، ولتحديد النسبة بين أطوال المحاور
أستخدم سمرفيلد عدين كميين ليتم من خلالهما تحديد شكل المدار:

١ - العدد الكمي الأصلي والذي أقترحه اقترحة بور في نظريته والذي يحدد
طاقة الإلكترون ونرمز له بالحرف n

٢ - العدد الكمي الجديد والذي أطلق عليه العدد الكمي المداري ونرمز له
بالمقدمة l ، وهو يحدد قيمة العزم الزاوي للإلكترون في مداره ويمكن أن يأخذ هذا
العدد قيمة صحيحة تبدأ بـ 0 وتنتهي بـ $n-1$.

طبقاً لسمرفيلد فإن كل مستوى أو مدار للإلكترونات لديه عدد من المسارات
الفرعية الممكنة، أي أن الإلكترون الموجود في مستوى الطاقة n يمكن أن يتواجد في
أي مستوى فرعي من مجموع عدد n من المستويات الفرعية ويكون أحد تلك
المستويات الفرعية دائرياً والبقية تكون في شكل بيضاوي.

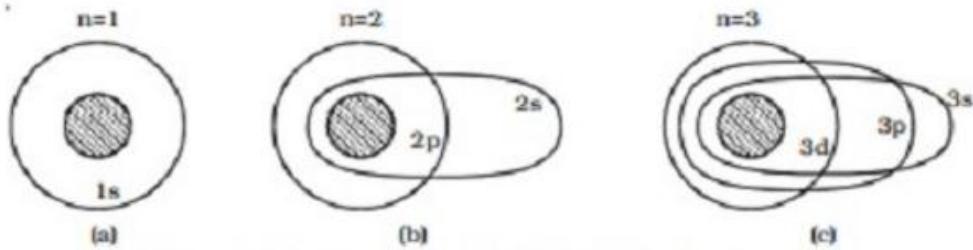
وباستخدام العدين n و l أستطيع سمرفيلد أن يحدد القيمة بين طول محوري
المدارات باستخدام المعادلة البسيطة:

$b/a = (l+1)/n$ » حيث أن a هي طول المحور الأطول و b هي طول
المحور الأقصر.

ولذلك عندما تكون $n=1$ أي عندما حين يكون الإلكترون في مستوى الطاقة
الأول فتكون القيمة الوحيدة l هي 0 وتكون قيمة a/b تساوي 1 صحيح أي أن
شكل المدار الوحيد المتاح دائري.

ولكن عندما تكون قيمة $2 = n$ نجد أن قيم l المتاحة هي 0 و 1 وبذلك نحصل
على قيمتين لنسبة طول الأضلاع 1 و $\frac{1}{2}$ أي مستوى طاقة فرعي دائري ومستوى
طاقة فرعي آخر في شكل بيضاوي يمكن أن يتواجد الإلكترون في أي منها طبقاً
لقيمة l وتخالف طاقة الإلكترون في حالة توادجه في أي من المستويين الفرعيين
بسبب اختلاف الكتلة الفعالة للإلكترون.

وفي حالة أن يكون العدد الكمي $3 = n$ فإن القيم المتاحة لـ l هي 0,1,2
وبذلك يصبح لدى المستوى الثالث ثلاثة مسارات أو مستويات فرعية أحدهم دائري
والثاني يكون بنسبة أضلاع $1/3$ والثالث بنسبة $2/3$ كما يوضح الشكل التالي



ووضع سمرفيلد رمزاً لكل مدار فرعي باستخدام الحروف الإنكليزية $s p d f g$ عندما تكون قيمة $n = 1, 2, 3, 4, 0$: بالترتيب ويتم التعبير عن قيمة المستوى الفرعي برقم المستوى الرئيسي ثم الحرف المناسب للمستوى الفرعي.

تفسير خطوط الطيف الرفيعة

لم يقم سمرفيلد بأي تعديل على معادلات بور لحساب قيم طاقة كل مدار حيث أحافظ بنفس المتغيرات في المعادلة حيث كانت تلك المعادلة دقيقة نسبياً واتفقت مع التجارب العملية . وكذلك بما أنه لم يقترح أي مستويات طاقة أساسية جديدة فلا توجد أية قفزات إضافية. ولكن بما أن في نموذجه الخاص المسارات بيضوية الشكل فإن الكتلة الفعالة للإلكترون تختلف بحسب موقعه وسرعته في أثناء دورانه حول النواة، وبذلك أصبح من الممكن تفسير اختلاف طاقة خطوط الطيف الرفيعة باختلاف طاقة المستويات الفرعية التي يتحرك بينها الإلكترون. قام سمرفيلد بعد ذلك بتغيير شكل المسار من بيضاوي إلى شكل يشبه الوردة.

مشاكل نموذج سمرفيلد الذري

- ١ - بالرغم من أن نموذج سمرفيلد وضح السبب النظري وراء وجود الخطوط الرفيعة المكونة للطيف إلا إنه لم يستطع التنبؤ بعدد تلك الخطوط بدقة
- ٢ - لم يستطع النموذج توضيح توزيع الإلكترونات حول النواة.
- ٣ - لم يستطع نموذج سمرفيلد أن يفسر أطياف الفلزات القلوية مثل الصوديوم والبوتاسيوم.
- ٤ - لم يستطع نموذج سمرفيلد تفسير ظاهرتي ستاراك وزيمان، وهما ظاهرتان توضحان أن الطيف المنبعث قد يتم انقسامه وإعادة توزيعه عند تعرضه لمجال مغناطيسي أو مجال كهربائي قوي جداً.
- ٥ - لم يستطع نموذج سمرفيلد تحديد قوة كل خيط من خطوط الطيف الرفيعة.

ظاهرة زيمان Zeeman effect

درست هذه الظاهرة بواسطة العالم زيمان في عام ١٨٩٦ ، حيث تمت ملاحظة انقسام الخط الطيفي إلى مجموعة من الخطوط الطيفية (متساوية الفواصل ومتضادة حول الخط الأصلي) نتيجة تأثير مجال مغناطيسي B خارجي ثابت ومنظم. وقد سميت هذه الظاهرة بتأثير زيمان العادي (Normal Zeeman effect) وقد نجح العالم لورينتز بتفسير هذا التأثير باستخدام قوانين الفيزياء الكلاسيكية وللهذا حصل العالمان على جائزة نوبل في الفيزياء عام ١٩٠٢ وقد ظهر أيضاً نتائج تأثير المجال المغناطيسي الخارجي مجموعة من الخطوط الطيفية المعقدة والتي لم يوجد لها تفسيراً كلاسيكيّاً في حينها وللهذا سميت بتأثير زيمان الشاذ (Anomalous Zeeman effect) ولكن بناءً وتطور نظرية ميكانيكا الكم واستحداث الحركة المغزلية الذاتية للإلكترون أصبح من السهل تفسير التأثير الشاذ لهذه الظاهرة. وبالرغم من نجاح نظرية ميكانيكا الكم في تفسير هذا الشذوذ فما زال الاسم متداولاً إلى الآن.

في وجود الذرات الشبيهة بذرة بالهيدروجين بالمجال المغناطيسي الخارجي (ولنأخذه باتجاه المحور Z) يأخذ الهملتونيان الكلي للإلكترون الصورة:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{LS} + H_B,$$

حيث

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2 - \frac{Ze^2}{r},$$

$$\hat{H}_{LS} = \zeta(r)\hat{L}\cdot\hat{S},$$

$$\hat{H}_B = \beta\hat{B}\cdot(\hat{L} + 2\hat{S}) = \beta B(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$$

m_e هي كتلة الإلكترون و β هو ثابت بوهر المغناطيسي (Bohr magneton) وقيمة

$$\beta = \frac{e\hbar}{2mc} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ JT}^{-1} = 5.66 \times 10^{-5} \text{ eVT}^{-1}$$

سوف نتعامل هنا مع دالة شرودنجر المميزة للذرات الشبيهة لنرة الهيدروجين في الإحداثيات الكروية بالصورة:

$$\Psi \equiv \psi_{nlm}(r, \theta, \phi) \chi = R_{nl}(r) Y_{l,m_l}(\theta, \phi) \chi = |n, l, m_l\rangle |s, m_s\rangle$$

وسوف نتعامل بالمعادلة () مع الحدين الثاني والثالث كاضطرابين صغيرين، مع سؤال مهم وهو: أي من الحدين أكبر؟ وبالتالي سوف يظهر لنا احتمالين سوف نتكلم عنهم بالتفصيل:

أ- مجال مغناطيسي قوي $\hat{H}_B >> \hat{H}_{LS}$

ل المجال المغناطيسي قوي نجد أن الاضطراب $(\hat{H}_B = \beta B (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z))$ هو المسيطر، وقوته كافية لفصل المؤثران \hat{L}^2 (بمعنى أنه لا يجعلهم مقترنات). وبالتالي نستطيع التعامل مع دوالهم بطريقة منفردة وتكون الدالة المستعملة بالصورة $|n, l, m_l\rangle |s, m_s\rangle = |n, l, m_l, m_s\rangle$ والتي تجعل المصفوفة المؤثران $(\hat{H}_0 + \hat{H}_B)$ قطرية. ومنه نجد التصحيح من الدرجة الأولى للمجال الخارجية يعطى:

$$\begin{aligned} \epsilon_B &= \langle \hat{H}_B \rangle = \langle n, l', m'_{l'}, s', m'_{s'} | \hat{H}_B | n, l, m_l, m_s \rangle \\ &= \beta B (m_l + 2m_s) \end{aligned}$$

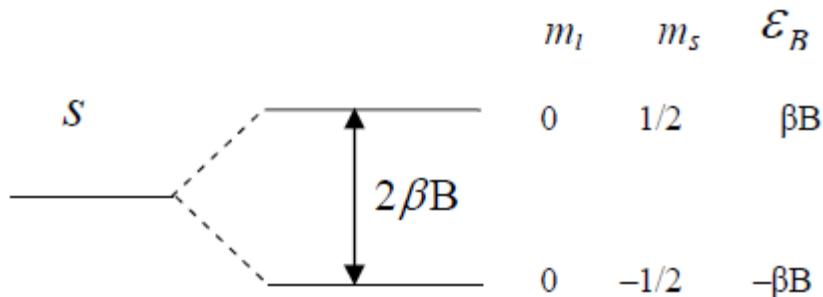
وللتبسيط هنا ولاحقا سوف يتم اهمال جميع دوال كرونكر دلتا
في حالة إهمال الحركة المغزلية للإلكترون فإن التصحيح من الدرجة الأولى يعطي:

$$\epsilon_B = \beta B m_l$$

ويقال هنا (كما قيل سابقاً عن ظاهرة ستارك) أن المجال المغناطيسي الخارجي قد أزال جزئياً صفة الانتماء للمستويات (Remove, partially, the degeneracy) أو بمعنى آخر قد فصل المستويات. ونود أن نذكر أن قيمة الانتماء تعرف بالمعادلة $(2S+1)(2L+1)$ لكل قيمة من قيم L و S .

مثال: ادرس تأثير المجال المغناطيسي الخارجي القوي على المستوى s

نعلم ان المستوى s له القيم $s = \frac{1}{2}, l = 0$ وبالتالي $m_s = \pm \frac{1}{2}, m_l = 0$ في وجود المستوى s بمجال مغناطيسي خارجي ونتيجة لقيمتان $m_s = \pm \frac{1}{2}$ فان المستوى s ينقسم الى مستويين والفرق بين طاقة المستويين هو $2\beta B$ كما بالشكل:



انقسام المدار s في وجود مجال مغناطيسي قوي مع شمول الحركة المغزلية.

مثال: ادرس تأثير مجال مغناطيسي خارجي على المدار p الحل نعلم الالكترون بالمدار p له القيمة $l = 1$ ومنها $m_l = 0, \pm 1$ والقيمة $s = 1/2$ ومنها $m_s = \pm 1/2$ ومنهم تكون الجدول التالي:

m_l	$2m_s$	$E_B = \beta B(m_l + 2m_s)$
1	1	2
	-1	0
0	1	1
	-1	-1
-1	1	0
	-1	-2

نلاحظ ان المدار p انقسم الى خمسة مدارات نتيجة تأثير المجال المغناطيسي الخارجي والطاقة تأخذ القيم

$$E = E_p \pm 2\beta B, \dots, E = E_p \pm \beta B, \dots, E = E_p$$

حيث E_p هي طاقة المدار p قبل تأثير المجال المغناطيسي الخارجي. توقعنا ان نحصل على ستة مدارات، حيث ان التعددية لهذه المدارات يحسب من العلاقة $E = E_p(2l+1)(2s+1) = (3)(2) = 6$ والذي لم يتاثر بالمجال ناتج

من مجموع القيم لها فهـو مدار ثـانـي
 $m_l = -1, m_s = 1/2$ و $m_l = 1, m_s = -1/2$
 كما يـظـهـرـ فيـ الشـكـلـ التـالـيـ والـذـيـ يـوضـحـ انـقـسـامـ المـدـارـينـ s و p

